PROFESSORES ESTUDAM AS ESTRUTURAS ADITIVAS POR MEIO DA ANÁLISE CASOS DE ENSINO

TEACHERS STUDY ADDITION STRUCTURES THROUGH ANALYZING TEACHING CASES

Angélica da Fontoura Garcia Silva*

RESUMO

Esta pesquisa analisa conhecimentos e reflexões de um grupo de dez professores que lecionam Matemática para os anos iniciais, ao avaliarem, em uma sessão de estudos, uma situação em formato de caso de ensino, em que os alunos propuseram esquemas para resolver problemas com estruturas aditivas. O grupo, que se constituiu há quatro anos, analisou os dados de suas considerações escritas e das reflexões geradas pela discussão do caso por eles analisado. Este trabalho fundamentou-se em estudos relativos ao conhecimento profissional docente; à relação entre o conhecimento e o processo reflexivo gerado; à utilização de casos de ensino em processos formativos; e às estruturas aditivas. Os resultados mostram que a maioria dos participantes conseguiu identificar, na situação analisada, a representação, as estratégias e os possíveis esquemas mentais, mas nem todos eles reconheciam a distinção entre as estratégias evidenciadas e os esquemas mentais utilizados pelas crianças, naquele caso analisado. De modo geral, a análise das informações revelou ser o estudo de caso um importante apoio ao processo formativo, para estimular as discussões e as reflexões sobre a prática. Acredita-se também que este estudo poderá oferecer apoio teórico e instrumental para professores em formação, como incentivo para realizar outros estudos de caso e olhar de forma investigativa para o ensino.

Palavras-chave: Formação Continuada. Grupos de Estudo. Casos de Ensino. Conhecimento Profissional Docente. Reflexão sobre a prática. Campo Conceitual Aditivo.

ABSTRACT

His research analyzes the knowledge and reflections of a group of ten teachers who teach mathematics for the initial years, when evaluating, in a study session, a situation in a teaching case format, in which the students proposed schemes to solve problems with additive structures. The group, which was formed four years ago, analyzed the data of its written considerations and the reflections generated by the discussion of the case analyzed by them. This work was based on studies related to professional teacher knowledge; the relationship between knowledge and the reflexive process generated; the use of teaching cases in training processes; and additive structures. The results show that most of the participants were able to identify the representation, strategies and possible mental schemas in the analyzed situation, but not all of them recognized the distinction between the strategies presented and the mental schemas used by the children in that case analyzed. In general, the analysis of information revealed that the case study is an important support

* Docente do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN). Doutora em Educação Matemática pela PUC/SP. angelicafontoura@gmail.com

to the training process, to stimulate discussions and reflections on the practice. It is also believed that this study may offer theoretical and instrumental support to teachers in training, as an incentive to carry out other case studies and look investigatively for teaching.

Keywords: Continuing Education. Study Groups. Teaching Cases. Professional Knowledge Teacher. Reflection on practice. Additive Conceptual Field.

Introdução

Consideramos que o papel do professor é central na organização do trabalho pedagógico e observamos, assim como Serrazina (2014), que são muitas as expectativas sobre o perfil desse profissional que lhes favoreçam a realização de um ensino de qualidade. Segundo a autora:

> Ser professor de Matemática no século XXI implica enfrentar diariamente múltiplos desafios. Ser professor que ensina Matemática nos anos iniciais da escolaridade coloca questões ainda mais complexas que se prendem com o ensinar e aprender nestas idades, com a formação dos professores nas diferentes áreas do saber e, em particular, na Matemática (SERRAZINA, 2014, p. 1052).

Nesse contexto, acreditamos que uma formação inicial consistente poderia resultar em uma igual solidez no conhecimento profissional docente; todavia, estudos como os de Gatti (2013) mostram que a formação inicial de professores brasileiros tem se mostrado insuficiente no tocante à preparação para o ensino. Tal constatação, aliada à necessidade de o professor formar-se continuamente, torna relevante que, ao longo do exercício da docência, o professor vivencie experiências que lhes permitam discutir e refletir sobre os processos de ensinar e aprender Matemática.

Este texto tem como cenário uma sessão de estudos de um grupo de dez professores que lecionam Matemática para os anos iniciais, na qual os participantes examinaram e avaliaram uma situação em formato de caso de ensino, envolvendo questões ligadas às estruturas aditivas. Partimos do pressuposto que tal cenário poderá potencializar as discussões e as reflexões a respeito das estratégias e dos esquemas mentais utilizados por crianças, o que, sob nosso ponto de vista, poderá impulsionar o desenvolvimento, pelos professores, da base de conhecimentos profissionais para o ensino dessa temática.

Para apresentar e discutir esta investigação, exporemos brevemente o aporte teórico sobre as estruturas aditivas (VERGNAUD, 1990, 2009); sobre a base de conhecimentos para o ensino dessa temática e o uso de *casos de ensino* (SHULMAN, 1986, 1987); e sobre a formação de professores reflexivos (SERRAZINA, 1998, 2014). Tal fundamentação nos apoiará na metodologia utilizada tanto para a coleta de dados como para a realização da sua análise.

Aporte teórico

Compartilhamos com Sztajn (2002) a afirmação de que as pesquisas de Shulman (1986) ajudaram a ampliar as discussões acadêmicas a respeito do conhecimento profissional docente. Neste estudo utilizaremos as argumentações de Shulman em defesa da sistematização de conhecimentos profissionais docentes na forma de *casos de ensino*. O autor destaca a utilização do estudo de caso para a formação profissional de professores:

> [...] não estou argumentando que a preparação de professores seja reduzida para o mais prático e concreto; em vez disso, estou usando o poder de uma literatura de caso para iluminar tanto o prático quanto o teórico; argumento para o desenvolvimento de uma literatura de caso, cuja organização e utilização será profundamente e conscientemente teórica[1] (SHULMAN, 1986, p. 11, tradução nossa).

Ao desenvolver estudos sobre a forma como os professores ensinam, o autor concluiu que eles precisam de três tipos de conhecimentos associados ao conteúdo: conhecimento da matéria ensinada, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular. Aqui discorreremos brevemente sobre cada um:

- Conhecimento da matéria ensinada (*subject knowledge matter*): refere-se a conteúdos específicos da matéria que o professor leciona. Segundo o autor,

> o professor necessita não somente entender que alguma coisa é assim; o professor precisa, além disso, compreender porque é assim, sobre que terrenos sua justificativa pode ser defendida, e sob quais circunstâncias nossas crenças nestas justificativas podem ser enfraquecidas, e igualmente, escondidas (SHULMAN, 1986, p. 9).

- Conhecimento pedagógico de conteúdo (*pedagogical knowledge matter*): corresponde a uma "mistura especial" entre o conteúdo a ensinar e a pedagogia que pertence unicamente aos professores, e que constitui a sua forma especial de

[1] I am [...] not arguing that the preparation of teachers be reduced to the most practical and concrete; rather, using the power of a case literature to illuminate both the practical and the theoretical, I argue for development of a case literature whose organization and use will be profoundly and self- consciously theoretical.

compreensão de como tópicos particulares, problemas ou temas são organizados, representados e adaptados aos interesses e capacidades dos alunos e apresentados para o ensino (SHULMAN, 1987, p. 8).

- Conhecimento curricular (*curricular knowledge*): é o conhecimento sobre as alternativas curriculares possíveis para o ensino, ou seja, é o conhecimento dos materiais curriculares alternativos para um determinado conteúdo (ou tópico), que inclui conhecimentos de teorias e princípios relacionados ao processo de ensino e aprendizagem (SHULMAN, 1986, 1987).

Serrazina (1998) afirma que as interações com outros professores e as discussões desenvolvidas por grupos de professores podem aumentar a autoestima e a segurança para enfrentar o novo e promover também o desenvolvimento profissional. Tal pesquisa contribui para nossa análise, na medida em que ela discute o que denomina construtos “refletir e ganhar confiança”. Serrazina (1998, 2014) considera que a reflexão individual ou em grupo favorece a melhoria na compreensão do ensino da matemática, e o professor se sente mais seguro para mudar suas práticas pedagógicas. Ainda sobre a reflexão, Serrazina (2014, p. 1055) assevera:

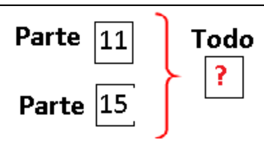
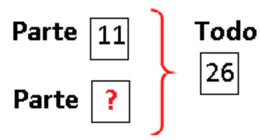
> [...] a reflexão provoca a ação, na medida em que quando refletem os professores tornam-se mais confiantes na sua capacidade para lidar com a Matemática de modo diferente, identificando as suas fragilidades, mas também as suas potencialidades.

Nesse contexto, consideramos que a reflexão gerada com a análise do caso de ensino pode favorecer a previsão de (re)ações dos profissionais envolvidos, de forma a ajudar a adquirir maior confiança na sua própria capacidade de analisar estratégias de resolução de problemas de seus alunos.

Apoiar-nos-emos nos estudos de Vergnaud (1990, 2009) para elaborar o caso envolvendo estruturas aditivas e analisar tanto as respostas escritas dos professores a questões a ele pertinentes quanto as reflexões ocorridas durante as discussões. O autor define o campo conceitual como um conjunto de situações que requerem o domínio de uma série de conceitos de naturezas distintas. Consideramos, assim como o autor, que a compreensão dos conceitos que envolvem as estruturas aditivas se dá a partir da manipulação de um conjunto de situações (S), que dão sentido ao conceito (a referência); um conjunto de invariantes (I) por meio do qual se operacionalizam os esquemas (o significado); um conjunto de representações desse conceito (R) (o significante).

Vergnaud (2009, p. 200) define o Campo Conceitual Aditivo como um conjunto de relações ternárias e categoriza, inicialmente, seis classes de situações: composição de duas medidas que resultam em uma medida aplicação de uma transformação sobre uma medida para resultar em outra; medida; relação que liga duas medidas; composição de duas transformações para resultar em uma outra transformação; realização de uma transformação sobre uma relação para resultar em outro estado relativo; e composição de duas relações para resultar em outro estado relativo. Neste estudo analisamos somente a primeira categoria – Composição de duas medidas que resulta em uma outra –, a qual denominamos de composição. Exemplos dessa classe de situações com seus respectivos esquemas estão na Tabela 1.

Tabela 1 – Classes de situação de composição

Classes da situação	Exemplos	Representações Simbólicas
1-Busca do todo	**1**-Uma sala de aula tem 11 meninos e 15 meninas. Quantos alunos estudam nessa sala?	
2-Busca da parte	**2**- Uma sala tem 26 alunos. Quinze são meninas. Quantos são os meninos?	

Fonte: Elaborado pela autora

É importante observar que Vergnaud (1982, 2009) chama a atenção para o fato de que em uma mesma classe de situações os níveis de dificuldade são diferentes e que a compreensão do Campo Conceitual Aditivo é desenvolvida em um amplo período: “desde os 3 ou 4 anos até os 15 ou 16 anos” (VERGNAUD, 1982, p. 40). Ele define que a situação de composição na qual se busca o todo é prototípica, ou seja, é uma classe de situação mais facilmente compreendida pelas crianças do que outras. Segundo ele, situações como essas são facilmente entendidas por elas na idade de 5 e 6 anos, quando começam a entender o sentido da adição. Muitas crianças já entram na escola conhecendo essa classe de situação. Todavia, a segunda classe – busca da medida de uma das partes – nem sempre faz parte do seu repertório (VERGNAUD, 1982). Na sessão de estudos que discutiremos nesta investigação estávamos analisando a segunda classe de situação – busca da medida das partes.

Assim a tríade: "C (S, I, R) proposta por Vergnaud pode ser observada, por exemplo, a partir da seguinte situação (S): "Uma sala tem 26 alunos. Quinze são meninas. Quantos são os meninos?", podemos encontrar diferentes representações (R) para essa situação, como, por exemplo, as apresentadas na Figura 1.

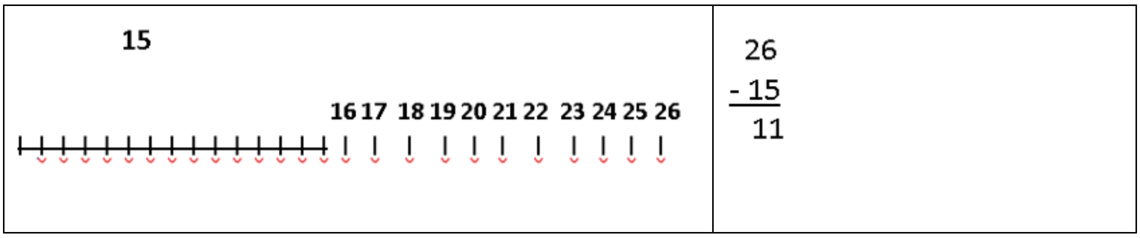


Figura 1- Exemplo de duas representações para a situação (S) apresentada
Fonte: Elaborado pela autora

Analisando o exemplo, é possível identificar que a situação problema apresentada refere-se a S (uma situação significativa de composição – busca de uma das partes); os números e o desenho – tracinhos – referem-se ao R (significante, ou seja, representações simbólicas), pois representam as medidas indicadas na situação; e, finalmente, as diferentes relações e propriedades que se apresentam nestas duas representações: o procedimento de cálculo (por meio da subtração) e a contagem dos tracinhos referem-se a I (significado).

Na Figura 1 há dois esquemas de resolução. Ancorado nos estudos de Piaget, Vergnaud (1990, p. 134) define *esquema* como: "[...] a organização invariante da conduta para uma classe de situações dadas". Ele chama a atenção para o fato de o conhecimento ser uma adaptação e assim reitera essa afirmação em 2010 em um curso por ele proferido:

> Se o conhecimento é adaptação, para as crianças aprenderem temos que desestabilizá-las. Se as crianças não têm motivo para se adaptar à situação nova, por que aprender? A infelicidade de tudo isso é que se desestabilizarmos demais as crianças elas não vão aprender (VERGNAUD, 2010).

Segundo os estudos de Vergnaud (1982, 1990, 2009), essa teoria poderia contribuir tanto para a "[...] interpretação dos processos que os estudantes usam na resolução de problemas de adição e subtração, quanto no entendimento maior sobre as dificuldades que esses estudantes encontram" (VERGNAUD, 1982, p. 39).

Na presente investigação, temos como pressuposto a ideia de que a mediação realizada pelo professor é fundamental, uma vez que sua atuação pode ser o elo entre o aluno e as noções relativas às estruturas aditivas. Essa mediação, sob nosso ponto de vista

– ancorados nos estudos de Vergnaud (1982, 2009) –, requer do professor um repertório abrangente de conhecimentos, que lhe permita fazer as adequações necessárias ao nível de compreensão dos alunos e favoreça articulações dessas noções para serem utilizadas nos diferentes campos da Matemática. Nesse contexto, elaboramos dois casos de ensino, com o propósito de introduzir as discussões sobre os esquemas utilizados por alunos para resolver situações de composição em que se buscava identificar o valor de uma das partes.

Assim, nesta investigação utilizamos a teoria de Gerard Vergnaud para elaborar *Casos de Ensino*. Reiteramos que eles são por nós compreendidos como casos que descrevem uma situação real ou fictícia ocorrida em um contexto de sala de aula. Da mesma forma que Shulman (1986), consideramos que os Casos de Ensino podem nos ajudar a ilustrar ou exemplificar situações ou proposições teóricas. Além de tal contribuição, Shulman (1986, 1987) nos ajudou a encontrar categorias de análise dos conhecimentos para o ensino do conteúdo analisado.

Aspectos Metodológicos

Este texto traz a descrição e a análise de uma pesquisa qualitativa, no sentido atribuído por Bogdan e Biklen (1999), de resultados de uma discussão e de uma reflexão acerca dos esquemas identificados em um caso de ensino que apresenta uma situação de composição. Vale salientar que esse caso de ensino foi parte de uma sequência que buscou estimular o estudo das estruturas aditivas e investigar os conhecimentos necessários ao professor para o ensino dessa temática.

Esta pesquisa foi realizada com um grupo constituído, já há 4 anos, por integrantes de uma escola pública na zona norte de São Paulo, que buscavam estudar um pouco mais de Matemática e discutir mais sobre o seu ensino. Vale destacar que nesse tempo a temática estruturas aditivas foi retomada em todos os anos, uma vez que as discussões atenderam a demanda desse grupo de professores e em todos os anos, tal demanda foi requerida. Além disso, o número de integrantes não foi sempre o mesmo nesses quatro anos, sobretudo, pela situação funcional do professor que, em alguns casos, deixou de lecionar na escola e, em outros casos, passou a integrar o grupo quando iniciou seu trabalho na unidade escolar. Os participantes do grupo serão referenciados neste estudo por (A), (B)... (J), a fim de salvaguardar as suas identidades. O Quadro 1 traz alguns dados do perfil do grupo aqui investigado:

Quadro 1: Perfil dos participantes do grupo

Professor	**Idade**	**Tempo de magistério**	**Início da participação no grupo de estudos aqui analisado**
A	52	11 meses	2.º semestre 2018
B	48	11 meses	2.º semestre 2018
C	42	19 anos	1.º semestre 2019
D	24	6 anos	1.º semestre 2017
E	59	20 anos	1.º semestre 2015
F	60	25 anos	1.º semestre 2019
G	49	5 anos	1.º semestre 2018
H	57	36 anos	1.º semestre 2015
I	23	11 meses	2.º semestre 2018
J	50	15 anos	1.º semestre 2019

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

É possível verificar que dois participantes têm idades de 23 e 24 anos – P (D) e P(I), respectivamente – e os demais professores têm entre 40 e 60 anos de idade – P(A); P(B); P(C); P(E); P(F); P(G); P(H); e P(J). Quanto à experiência profissional, cinco professores são bastante experientes, pois seu tempo de exercício docente varia de 15 a 36 anos – P(C); P(E); P(F); P(H); e P(J). Dois educadores lecionam há 5 e 6 anos – P (D) e P(G), respectivamente – e três professores lecionam há menos de um ano – P(A); P(B); e P(I).

Para este artigo analisamos os registros das avaliações individuais dos professores acerca do caso apresentado e as discussões desenvolvidas a partir da exposição de tais avaliações, observadas em uma das sessões de estudos que ocorriam em encontros semanais, com duração de duas horas cada. É importante ressaltar que os participantes desta sessão de estudos, desenvolvida em 2019, eram professores com experiências diferenciadas no grupo – vide Quadro 1 –; no entanto, todos eles já haviam estudado sobre os pressupostos das estruturas aditivas em sessões ocorridas um ano atrás (2018) e em uma sessão de estudos anterior a esta que está sendo analisada – 2019.

Para coletar as informações para esta investigação, inicialmente, apresentamos os casos para que os professores os analisassem de forma individual. Em seguida, a análise de cada professora foi apresentada e discutida no grupo.

Apresentação do *Caso de Ensino*

Neste caso de ensino expusemos ao grupo de professores estratégias utilizadas por dois alunos fictícios, ao resolver uma situação de composição na qual se procura dar sentido ao conceito parte-todo. Os alunos – Ana e Pedro – se utilizaram de representações diferentes – Figura 1.

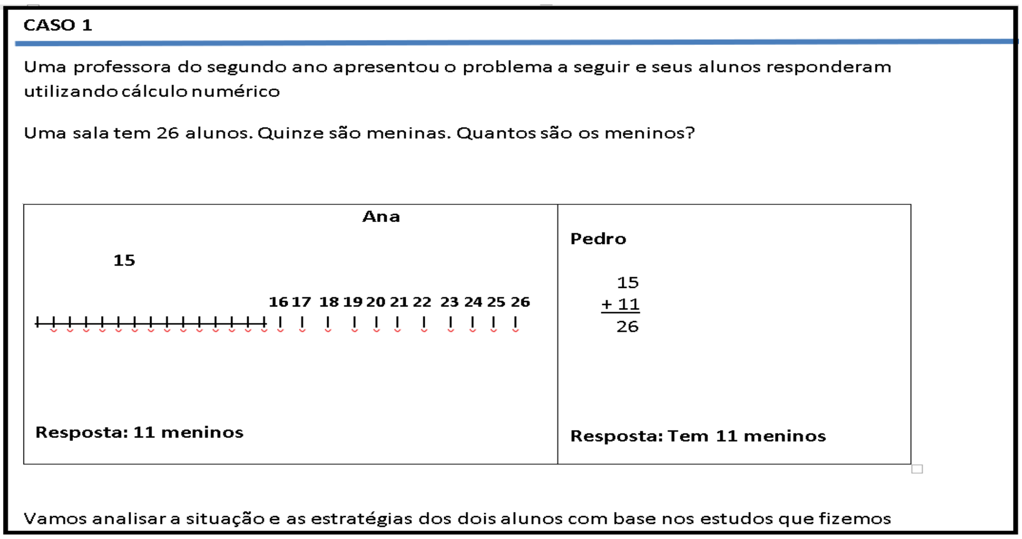


Figura 1: Caso de Ensino que mostra estratégias de dois alunos para resolver uma situação de composição
Fonte: Acervo da pesquisadora

Observando os registros apresentados por Ana e Pedro, é possível verificar que, apesar de se utilizarem de representações diferentes, ambos mostram evidências de compreender os conceitos de parte-todo. Notamos que Ana explicitou a representação (R) por meio de desenho, e Pedro representou a sua resposta (R) por meio de procedimentos de cálculo numérico; entretanto, seus esquemas mentais podem ter sido os mesmos, ou seja, eles compreenderam que a soma das partes é igual ao todo. Assim, após encontrar 11, Pedro acrescentou essa quantidade ao 15 e percebeu que essas duas quantidades somadas resultariam em 26 (total de alunos). Além desse, outras possibilidades de esquemas mentais podem ser sugeridas, como, por exemplo, o da complementaridade, utilizando a contagem ou cálculo mental.

Os princípios e os instrumentos utilizados na análise dos dados estão descritos a seguir.

Procedimentos Metodológicos para análise dos dados

Para a análise dos dados, empregamos princípios da Análise de Conteúdo de Hsieh e Shannon (2005), segundo a abordagem direcionada, uma vez que as categorias de análise estavam definidas *a priori*: os domínios do conhecimento profissional docente definido por Shulman (1986, 1987). Assim, para analisar tais categorias, encontramos nos protocolos dos professores dimensões de análise emergentes, pois quase todos eles mencionaram seu olhar a respeito da situação proposta (1), dos esquemas e/ou estratégias utilizados por Ana (2), Pedro (3) ou por ambos (4).

Para exemplificar como se desenvolveu a análise dos dados, apresentamos o protocolo da Professora P (B), organizado segundo essas dimensões.

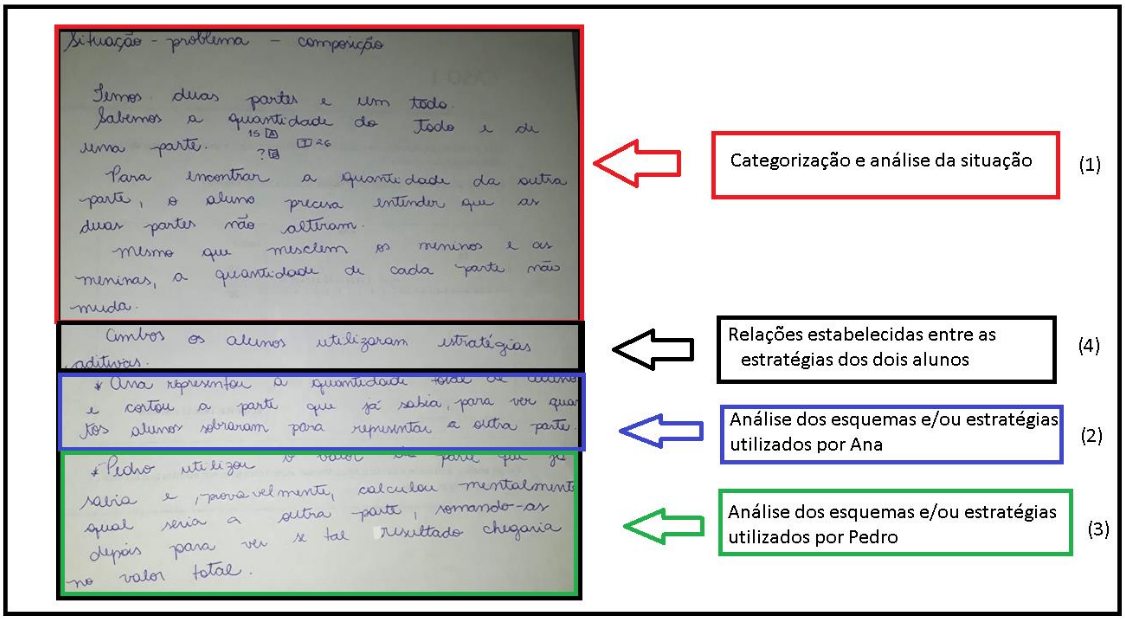


Figura 2: Identificação das dimensões de análise no protocolo da P (B)
Fonte: Acervo da pesquisa

De modo a favorecer a leitura e a organização dos dados, digitamos, selecionamos e recortamos as informações coletadas (análise dos professores) num quadro em linhas, com a finalidade de reagrupá-las e, em seguida, realizar uma análise preliminar desses dados.

Prof	Resposta	análise
A	Observando a situação problema percebo que a situação problema indica uma composição, pois as partes não se alteram. Ana buscou através de registro, dispor do número total de alunos e tirou os 15, que representam os meninos e contou 11 que é o total de alunos. Observa-se que Ana tem habilidades para calcular através da visualização da operação. Pedro realizou cálculo mental considerando o número de meninas e contando até o número total de alunos, conseguindo chegar ao número de meninos. Ambas não usaram procedimento convencional para a realização dos problemas	• Reconhece a composição como parte todo na afirmação: **Observando a situação problema percebo que a situação problema *indica uma composição, pois as partes não se alteram.*** • Descreve o esquema mental e de resolução utilizado por Ana: registro da quantidade total de alunos retirada da parte informada na situação [quantidade de meninas] e a resolução por meio da contagem. Além disso, procura identificar qual Habilidade a aluna dispõe **Ana buscou através de registro [referindo-se aos tracinhos], dispor do número total de alunos e tirou os 15, que representam os meninos e contou 11 que é o total de alunos. Observa-se que Ana tem habilidades para calcular através da visualização da operação [referindo-se a habilidade de Ana representar iconicamente a situação].** • O prof. A sugere que Pedro calculou mentalmente a diferença entre o número de meninas e o total, mas que possivelmente o fez por contagem. **Pedro realizou cálculo mental considerando o número de meninas e contando até o número total de alunos, conseguindo chegar ao número de meninos.** • O professor A mostra indícios que convencionalmente, se espera que os alunos resolvam essa situação por meio de uma subtração na qual o minuendo é 26 e o subtraendo 15. **Ambas não usaram procedimento convencional para realização dos problemas [possivelmente, por considerar que era esperado que as crianças resolvessem essa situação por meio de uma subtração cujo minuendo é 26 e o subtraendo 15].**
B	Situação problema-comparação Temos duas partes e um todo. Sabemos a quantidade do todo e de uma parte 15 (A) (T) 26 ? (B) Para encontrar a quantidade da outra parte, o aluno precisa entender que as duas partes não alteram. **Mesmo que mesclem os meninos e as meninas, a quantidade de cada parte não muda (?)** Ambos os alunos utilizaram estratégias aditivas. *Ana representou a quantidade total de alunos e cortou a parte que já sabia, para ver quantos alunos sobraram para representar a outra parte. *Pedro utilizou o valor da parte que já sabia e, provavelmente, calculou mentalmente qual seria a outra parte, somando-as depois para ver se tal resultado chegaria no valor total.	• Reconhece a composição como parte todo, faz a representação proposta por Vergnaud e discute o que o estudante precisa saber em relação ao conceito para conseguir resolver a situação com compreensão: **Para encontrar a quantidade da outra parte, o aluno precisa entender que as duas partes não alteram. Mesmo que mesclem os meninos e as meninas, a quantidade de cada parte não muda. (questionada a professora afirma que mesmo que o problema mude, em vez de informar a quantidade de meninas informe a quantidade de meninos o total e as partes serão as mesmas)** • Descreve o esquema utilizado por Ana a partir do esquema de Vergnaud **Ana representou a quantidade total de alunos e cortou a parte que já sabia, para ver quantos alunos sobraram para representar a outra parte.** • A professora B infere que Pedro calculou mentalmente e utilizou-se da subtração para confirmar sua hipótese. **Pedro utilizou o valor da parte que já sabia e, provavelmente, calculou mentalmente qual seria a outra parte, somando-as depois para ver se tal resultado chegaria no valor total.**

Figura 3: Quadro utilizado para registrar as primeiras análises das respostas dadas pelos professores
Fonte: Elaboração da autora

Após essa análise preliminar, foi realizada uma análise mais geral, fundamentada nos referenciais teóricos utilizados nesta investigação (SHULMAN, 1986, 1987; VERGNAUD, 1990, 2009). Além disso, analisamos as discussões e as reflexões ocorridas no interior do grupo e, para tanto, utilizamos como marco teórico os estudos de Serrazina. Os depoimentos, as discussões e as reflexões coletados foram submetidos a uma primeira análise de características mais gerais, para um primeiro contato com os dados, pois pretendíamos levantar informações acerca de encaminhamentos para outras análises, agrupadas de acordo com as dimensões e as categorias de conhecimento, em que estaria envolvido todo o processo.

Em síntese, analisamos os conhecimentos e as reflexões explicitados pelos professores, no geral, a respeito da situação; e observamos individualmente as estratégias de resoluções dos alunos. Nesse contexto, apresentaremos, a seguir, a descrição, a análise e a discussão final desses dados.

Descrição e Análise dos Dados

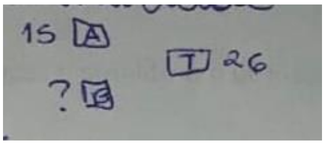
Traremos, a seguir, a análise dos conhecimentos e, depois, das reflexões explicitadas pelos professores a respeito da situação e dos registros apresentados pelos alunos, no caso estudado.

Conhecimento dos professores a respeito da situação de composição com uma das partes desconhecida

Os professores fizeram a seguinte análise da situação:

> P (A): *Observando a situação problema, percebo que a situação problema indica uma composição, pois as partes não se alteram.*

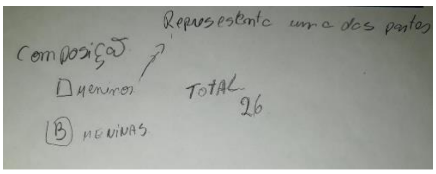
Após ser questionada, a professora P(B) afirmou que, mesmo que o problema mude, ou seja, se, em vez de informar a quantidade de meninas, for informada a quantidade de meninos, o total e as partes serão iguais aos já apresentados. *"Para encontrar a quantidade da outra parte, o aluno precisa entender que as duas partes não alteram. Mesmo que mesclem os meninos e as meninas, a quantidade de cada parte não muda"*. Além disso, ela apresentou o esquema a seguir:



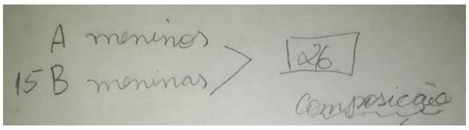
Os demais professores registraram nos seus protocolos os seguintes comentários:

> P(C): A situação acima tem uma das partes (no caso das meninas) e o todo, porém faltou uma parte (dos meninos) e este era o desafio.
> P(D): [...] ela tinha um todo 26, e contou até 15.
> P(E): No caso, temos um problema de composição. Temos neste problema duas partes, na parte A temos 15 meninas, na parte B temos um número a ser descoberto de meninos e sabemos o total de 26 alunos, sabemos que as partes são distintas, mesmo somando-as a qualquer momento, podemos separá-los que permanecerão imutáveis.
> P(G): Problema de Composição. Os dois têm conhecimento das partes – meninas/meninos. A complexidade desse problema é a questão de reversibilidade: sabe-se apenas a parte do todo e a parte A 15, e não sabe a parte B.
> P(H): Ana usou o sistema do todo e a contagem de partes diferentes [...]

A professora P(I) apresentou a representação a seguir e complementou: *"Um problema de composição, temos um todo, sabemos a quantidade de meninas"*.



A professora P(I), como também P(J) – Figura x –, expôs um esquema, com base no que havia estudado na teoria de Vergnaud:



As análises dos professores nos permitiram identificar que eles reconheceram e descreveram a classe de situação apresentada no caso de ensino. Desses, seis – P(A); P(B); P(E); P(G); P(I); e P(J) – fizeram referência, de forma espontânea, à nomenclatura da classe: Composição; e três deles, (P(B); P(I) e P(J), mesmo sem mencionar os estudos de Vergnaud, apresentaram o modelo do diagrama baseado no autor. Para compreender um pouco mais sobre os conhecimentos explicitados pelos participantes, a pesquisadora abriu uma discussão sobre o tema:

> Pesquisadora: Analisando aqui, é possível observar que vocês reconheceram a classe de situação.
> P(E): Eu reconheci de cara que era um problema de composição, mas não é aquele prototípico, é aquele que busca uma das partes.
> P(B): Verdade; o prototípico é aquele que eu dou as partes e peço o todo.
> P(J): Já vimos que esse é mais fácil, mas esse de hoje [referindo-se à situação apresentada no caso de ensino] é para trabalharmos como extensão do prototípico, precisamos garantir que as crianças também vejam problemas desse outro tipo; o prototípico muitas já vêm para escola conhecendo. Vimos isso naquele livrinho [referindo-se ao livro Repensando a adição e subtração, de Magina, Campos, Nunes e Gitirana, 2008]
> P(A): Apesar que depende da turma, tem turma que precisamos trabalhar os prototípicos antes, mas acho bom saber os níveis de dificuldade.
> Pesquisadora: Professora (F), você colocou na sua resposta o termo reversibilidade, explica um pouco melhor para a gente no que pensou.
> P(F): Olha, pensei que aqui o aluno precisa pensar de forma diferente de quando a gente dá as partes e pede o todo, aqui é mais difícil, porque tem que tirar.
> P(B): P(F), eu acho que é mesmo mais difícil, e é preciso pensar diferente, mas eu lembro da reversibilidade quando resolve aquele outro tipo de problema de transformação, quando eu não sei o estado inicial.
> Pesquisadora: Para vocês, o que é esse pensamento reversível?
> P(E): Isso é Piaget, e vimos com Vergnaud também, sei que pensar de trás para frente, mas era nas situações de transformação, não é?
> P(A): Olha! Achei aqui na internet [referindo-se a uma busca que ela fez no celular]: "reversibilidade é a capacidade de reverter mentalmente um processo de transformação já ocorrido até o seu momento inicial, anulando assim a ação interiorizada."
> P(E): Verdade! Então, naqueles problemas de transformação, quando ela era negativa e eu preciso saber o estado inicial, eu preciso usar minha capacidade de reversibilidade porque eu preciso reverter mentalmente o que ocorreu [referindo-se à perda] e fazer a adição.
> Pesquisadora: Todos concordam com P(E)?

Todos concordaram. Nesse momento, P(E) dirigiu-se ao quadro e exemplificou o problema de transformação que busca o valor do estado inicial; e, ao final, a pesquisadora retomou:

> Pesquisadora: P(F) pensou certo... no livro a Sandra Magina já indicava que esse problema de composição era primeira extensão, ou seja, uma extensão do prototípico. Essa situação de composição que solicita uma das partes não é tão intuitivo mesmo e, talvez, por isso, as crianças usam essa ideia de complementação, mas o termo reversibilidade vamos usar só na transformação, ok?
> P(F): Ótimo você ter chamado a minha atenção, porque essa é uma ideia importante, e a gente acha tudo muito parecido e acaba confundindo.
> P(D): Cada dia eu aprendo mais aqui, é claro que já discutimos isso, mas cada vez que retomamos eu vejo coisas que eu não via antes.

Os demais professores concordaram.

Analisando todo esse diálogo, é possível inferir que as observações levantadas levaram o grupo de professores a identificar a nomenclatura da classe de situações, e a discutir sobre os esquemas mentais da situação e sobre questões ligadas a outra classe de situações e seus respectivos esquemas mentais.

Os registros individuais apontaram que as discussões realizadas na socialização revelam que, embora os professores tenham demonstrado ainda algumas dificuldades relacionadas à diferenciação entre os esquemas mentais da composição e os da transformação, eles pareceram identificar a classe de situação apresentada e reconheceram esquemas mentais utilizados pelas crianças para resolver situações de composição. Olhando sob o ponto de vista de Shulman (1986, 1987), acreditamos que esses conhecimentos explicitados pelo grupo de professores demonstram que, possivelmente, eles são capazes de escolher as situações mais adequadas ao ensino dos seus alunos e selecionar melhor exemplos que facilitem a compreensão das estruturas aditivas, evidenciando aquisição ou ampliação do seu conhecimento pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986, 1987). Todavia, vale ressaltar que nesse diálogo não houve a participação da professora (F), que talvez ainda não se sentisse à vontade para discutir o tema.

Conhecimento a respeito dos registros apresentados por Ana e Pedro

Reiteramos que analisamos separadamente os registros das considerações dos professores sobre as estratégias dos alunos. Oito das dez professoras observaram que Ana se utilizou da contagem para resolver a situação. Porém, no tocante à análise da resposta de Pedro, elas parecem ter percebido na resolução a ideia de complementaridade.

> P(A): Ana buscou através de registro, dispôs do número total de alunos e tirou os 15, que representam os meninos, e contou 11, que é o total de alunos. Observa-se que Ana tem habilidades para calcular através da visualização da operação. Pedro realizou cálculo mental, considerando o número de meninas e contando até o número total de alunos, conseguindo chegar ao número de meninos. Ambas não usaram procedimento convencional para a realização dos problemas.
> P(B): Ana representou a quantidade total de alunos e cortou a parte que já sabia, para ver quantos alunos sobraram para representar a outra parte. Pedro utilizou o valor da parte que já sabia e, provavelmente, calculou mentalmente qual seria a outra parte, somando-as depois para ver se tal resultado chegaria no valor total. Ambos os alunos utilizaram estratégias aditivas.
> P(C): A Ana utilizou a parte que tinha inicialmente e continuou contando até chegar ao todo. Pedro conservou a parte que já possuía e para chegar ao todo ele usou o [cálculo da] adição para conseguir descobrir quantos meninos faltam (outra parte) que não havia sido colocado no problema. No caso ambos realizaram o mesmo raciocínio, porém com procedimentos diferentes [referindo-se à representação diferente].
> P(D): No caso da Ana, ela tinha um todo 26, e contou até 15 e o que sobrou encontrou a quantidade de meninas. Já a Ana concluiu com mais facilidade e Pedro usou uma representação diferente e mais complexa, que foi de aproximação.
> Pedro usou estratégias que deixaram dúvidas: ele pode ter usado objetos para descobrir o 15 ou usou o raciocínio lógico
> P(E): A aluna Ana fez uma representação com 26 tracinhos e riscou a quantidade referente ao número de meninas, conseguindo depois descobrir o número de meninos, colocando os números em cima de cada risquinho. O aluno Pedro fez uma soma de 15+11 = 2
> P(F) A Ana usou a contagem para resolver o problema. Representação diferentes [referindo-se às duas estratégias]
> P(G) Ana chega através da representação da contagem. Pedro já tem conhecimento dos números inteiros [imagina] e acrescenta. As representações não são iguais.
> P(H) Ana usou o sistema do todo e a contagem de partes diferentes, juntando quantidades e achou um todo: Meninos 11 e Meninas 15. Pedro pode ter feito contagem nos dedos ou cálculo mental.
> P(I) A menina Ana usou a estratégia de contagem, desenhou 15 tracinhos e foi somando até chegar no total 26. O aluno Pedro, provavelmente, contou com os dedinhos, ou usou o raciocínio lógico. As duas crianças perceberam a representação de partes diferentes (meninos e meninas).
> P(J) O outro aluno[Ana] efetuou a contagem até compor o total. Um aluno [referindo-se a Pedro] utilizou o raciocínio lógico e resolveu através de cálculo mental.

Na análise dos registros deixados por Ana, é possível notar que dois professores, P(F) e P(G), explicitaram que ela se utilizou de contagem. Oito participantes procuraram analisar a situação a partir da relação parte-todo: alguns imaginaram que a aluna registrou o todo, riscou as partes e contou o que não estava riscado – P (A); P(B); P(D); P(E); P(H); e outros pensaram na utilização da ideia de complementaridade: P (C); P(I); P(J), ainda relacionando com a ideia parte-todo. Além da complementaridade observada pelos professores, quando examinaram a resolução de Pedro, metade daqueles que analisaram a situação – P(A); P(B); P(D); P(G); e P(H) – afirmaram que Pedro calculou mentalmente a diferença entre o número de meninas e o total. Desses professores, P(B), por exemplo, quando afirmou que "Pedro utilizou o valor da parte que já sabia e, provavelmente, calculou mentalmente qual seria a outra parte, somando-as depois para ver se tal resultado chegaria no valor total", considerou que, possivelmente, o aluno tivesse utilizado a subtração para confirmar seu resultado. Houve também menção à utilização de objetos para realizar esse cálculo, como quando P(D) considerou que Pedro "pode ter usado objetos para descobrir o 15" ou quando a professora P(I), por exemplo, ponderou que esse menino, provavelmente, "contou com os dedinhos".

Na análise comparativa dos registros de Ana e Pedro, observamos menções – a de P(B), por exemplo – que destacavam o fato de os dois utilizarem estratégias aditivas ou afirmavam que as representações apresentadas pelos dois alunos eram diferentes, como fizeram P(B); P(C); P(F); P(G); e P(I).

Nesta investigação foi possível identificar também quais as concepções dos professores acerca das estratégias apresentadas. P(A), por exemplo, mostrou indícios de que, convencionalmente, ele esperava que os alunos se utilizassem de outra estratégia: "ambas não usaram procedimento convencional para realização dos problemas", ou seja, contava que não resolvessem essa situação por meio de uma subtração na qual o minuendo é 26 e o subtraendo, 15. Assim como P(A), acreditamos que, muitas vezes, o professor espera que o procedimento de resolução de seus alunos seja por meio da operação 26 – 15 = 11. Todavia, Magina et al. (2008) já evidenciavam que nessa classe de situação, muitas vezes, os alunos pequenos se utilizam da ideia de completar, ou seja, partem do 15 para chegar ao 26. Segundo esses autores, essa estratégia pode ser eficiente para situações em que os números são pequenos. Observando esse fato, a pesquisadora resolveu retomar essa discussão:

> Pesquisadora: Pessoal, hoje depois de estudarmos um pouco mais sobre as estratégias das crianças, a gente não tem batido muito o pé, achando que só tem uma forma de resolver uma situação, não é? Antigamente [referindo-se aos tempos em que o grupo não se reunia para estudar] a gente aceitaria somente uma forma de resolver essa situação.

> P(E): É verdade. Eu só aceitava a subtração 26 – 25 = 11, eu ia achar um absurdo o aluno me apresentar uma adição.
> P(A): Mas eu preciso ter certeza que o aluno pensou direitinho, né?
> P(F): Por isso que a gente pede para ele justificar ou apresentar a resposta.
> P (C): Verdade...
> P(J): Isso eu acho que avançamos, pois estudar junto me mostrou que eu preciso saber mais como meu aluno pensa e tentar fazer ele avançar.
> Pesquisadora: Lembram que essa situação era classificada como de primeira extensão, pois a relação parte-todo nos remete à ideia de juntar, e a subtração não é intuitiva, pois, se por um lado a relação parte-todo nos remete a uma adição, aqui eu me utilizo da subtração para resolver; talvez por isso as crianças menores se utilizem desse artifício.
> P(B): As crianças menores e os adultos (rs). No mercado, as meninas sempre conferem o troco desse jeito [referindo-se à ideia de complementaridade], partem de quanto ficou nossa compra e chegam no total do dinheiro que demos a ela.
> P(A): Nossa! Isso é verdade. Então acho que eu escrevi bobagem aqui, ao dizer que os procedimentos não eram convencionais. Eram, sim, eu é que não conhecia sobre esse estudo.
> P(D): Eu confesso que também achei meio esquisito resolver com adição; eu esperava a subtração, mas estudar parece mostrar à gente que precisamos partir do que eles sabem. Veja, se não é intuitivo, a escola precisa ajudar nisso.
> Todos concordaram.

De acordo com esse diálogo, podemos verificar que P(A) e P(D), inicialmente, pareciam apresentar dúvidas em relação à estratégia utilizada por Pedro e, possivelmente, por muitos estudantes, e a pesquisadora aproveitou tais dúvidas para retomar discussões sobre estudos realizados anteriormente. A esse respeito, apoiados em Serrazina (1998, 2014), temos evidências da relevância das reflexões e de nossa percepção de que, à medida que os professores ampliam seus conhecimentos, suas reflexões também são aprofundadas. Nesse contexto, fundamentados em Shulman (1986, 1987), consideramos que a ampliação do conhecimento pedagógico sobre as estruturas aditivas também ampliou seus conhecimentos sobre essa temática. Foi possível identificar, por meio do exame das respostas e das discussões aqui apresentadas, que a análise individual e coletiva dos casos de ensino (outros casos, além deste apresentado neste artigo, foram discutidos pelo grupo de professores) possibilitou reformulações e ampliações de conhecimentos e crenças relativas às estruturas aditivas e ao seu ensino. Todavia, não podemos deixar de chamar a atenção para a necessidade de uma sistemática de manutenção e continuidade de estudos em grupo, uma vez que há sempre pontos que precisam ser retomados e discutidos.

Considerações Finais

Na análise dos conhecimentos e das reflexões geradas em uma sessão de estudos de professores, quando eles avaliaram uma situação em formato de caso de ensino, na qual estavam apresentados esquemas de alunos para resolver problemas sobre estruturas aditivas, pudemos perceber que a maioria dos professores investigados conseguiu identificar, na situação analisada, a representação, as estratégias e os possíveis esquemas mentais que poderiam ser manifestados pelos alunos na resolução da situação. Porém, nem todos eles reconheceram a distinção entre as estratégias evidenciadas e os esquemas mentais utilizados pelas crianças, naquele caso analisado. Entretanto, de modo geral, podemos afirmar, mediante a análise das informações coletadas nesta investigação, que o estudo de caso de ensino se mostrou um importante apoio ao processo formativo, estimulando as discussões e as reflexões, pelos professores, sobre os aspectos ligados ao conceito e ao ensino dos conteúdos matemáticos desenvolvidos na prática com os alunos em sala de aula.

Referências

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1999.

GATTI, B. A. **Avaliação qualitativa dos projetos Pibid implementados em instituições de Ensino Superior** – IES localizadas nas regiões Sudeste e Sul. Relatório Técnico. São Paulo: OEI/CAPES, 2013. 2v.

HSIEH, H. F.; SHANNON, S. E. Three approaches to qualitative content analysis. **Qualitative Health Research**, n. 15, p. 1277-1288, 2005.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 3. ed. São Paulo: PROEM, 2008.

SERRAZINA, L. **Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal**. 1998. 406 f. Tese (Doutorado em Mathematics Education) – Universidade de Londres. Lisboa: APM, 1998.

______. O professor que ensina matemática e a sua formação: uma experiência em Portugal. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 4, p. 1051-1069, out./dez. 2014. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/edu_realidade>. Acesso em: 10 jun. 2015.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Education Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, fev. 1986.

______. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 5, p. 1-217, 1987.

SZTAJN, P. O que precisa saber um professor de matemática? Uma revisão da literatura americana dos anos 90. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, Ano 9, n. 11A, p. 17-28, abr. 2002. Edição Especial.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, T; MOSER, J.; ROMBERG, T. (Eds.). **Addition and subtraction:** a cognitive perspective. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1982. p. 39-59.

______. La teoría de los campos conceptuales. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 10, n. 2, p. 3, 1990.

______. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

______. Escola de altos estudos. **Teoria dos campos conceituais:** o estudo das estruturas multiplicativas. São Paulo: UNIBAN, 2010. 1 DVD.