

A METODOLOGIA DA ENGENHARIA DIDÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

THE METHODOLOGY OF DIDACTIC ENGINEERING IN TEACHING GEOMETRY FOR THE INITIAL YEARS OF ELEMENTARY EDUCATION

Cileide Teixeira da Silva Polli*
Helenara Regina Sampaio Figueiredo**

RESUMO

O presente artigo traz como objetivo discutir a proposta de inserção de alguns elementos da Engenharia Didática no ensino de Geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste artigo, apresentam-se os resultados da diagnose inicial aplicada a alunos do quinto ano, com questões extraídas da Prova Brasil e de outras fontes, bem como os resultados da diagnose final, após a aplicação da sequência didática que contou com sete blocos de atividades, envolvendo os conteúdos geométricos referentes ao estudo de polígonos. A pesquisa é de cunho qualitativo, tendo como instrumentos de coleta de dados a proposição e análise de uma sequência didática sobre polígonos, a partir dos descritores da Prova Brasil. Os resultados permitiram confrontar os dados obtidos em duas fases da Engenharia Didática, a análise *a priori* e *a posteriori*. Essa etapa foi bastante expressiva, permitindo efetivar a análise prévia dos conceitos geométricos que os alunos já possuíam, conforme propõe a metodologia da Engenharia Didática no que diz respeito ao objetivo de compreender a realidade na qual pretendíamos intervir.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Geometria. Engenharia Didática. Diagnose inicial. Diagnose final.

ABSTRACT

This article aims to discuss the proposal to insert some elements of didactic engineering in teaching Geometry for the initial years of elementary education. The results of the initial diagnosis applied to fifth-year students are shown in this article, which are questions extracted from the 'Brazil test' and other sources, as well as the results of the final diagnosis, after the application of the didactic sequence that included seven blocks of activities involving geometric contents related to the study of polygons. This is a qualitative research with the proposition and analysis of a didactic sequence on polygons based on the descriptors of 'Brazil test' as instruments of data collection. The results allowed comparing the data obtained in two phases of the didactic engineering, the *a priori* and *a posteriori* analysis. This step was very expressive and allowed to carry out the previous analysis of the geometric concepts that the students already had, as proposed by the methodology of didactic engineering with respect to the objective of understanding the reality in which we intended to intervene.

* Pedagoga, Licenciada em Matemática, Mestre em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias. cileidewillis@gmail.com

** Licenciada em Ciências e Matemática, Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática, Docente do Mestrado em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias. helenara@kroton.com.br

Keywords: Math teaching. Geometry. Didactic Engineering. Initial diagnosis. Final diagnosis.

Introdução

O ponto de partida para a discussão aqui trazida volta-se para a importância que a Geometria assume na vida humana, posto que está presente nas mais diferentes dimensões. De maneira semelhante, as noções de espaço e forma contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Uma preocupação com o desenvolvimento de um trabalho voltado para o ensino de Geometria deve-se ainda às exigências da Prova Brasil, instrumento de avaliação das habilidades dos alunos do Ensino Fundamental nas disciplinas de Português e Matemática, em cuja matriz está presente o descritor Espaço e Forma, no qual são inseridos os conteúdos de Geometria.

O objetivo geral deste artigo é discutir a proposta de inserção de alguns elementos da Engenharia Didática no ensino de Geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Buscou-se, neste trabalho, apresentar os resultados da diagnose inicial e final realizadas na fase da *análise a priori* e *a posteriori* de uma sequência didática sobre polígonos, aplicada junto a uma turma de quinto ano de uma escola da rede municipal de ensino de Londrina, Paraná.

Assim, neste artigo, apresentam-se os resultados da diagnose inicial aplicada a alunos do quinto ano, com questões extraídas da Prova Brasil e de outras fontes, bem como os resultados da diagnose final, após a aplicação da sequência didática que contou com sete blocos de atividades, envolvendo os conteúdos geométricos referentes ao estudo de polígonos.

A Prova Brasil e os descritores relacionados ao ensino de geometria

Tomando como pressuposto a concepção de Lorenzato (1995, p. 6), quando afirma que “a Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a matemática possui”, entende-se a relevância assumida por este conteúdo na construção do pensamento do aluno nos anos iniciais. Justifica-se, assim, sua necessária inserção no planejamento das atividades em todas as etapas da educação básica.

A partir do objetivo de avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema

educacional brasileiro, a Prova Brasil e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) são avaliações para diagnóstico em larga escala, desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC). Incluem testes padronizados e questionários socioeconômicos.

A matriz de referência de Matemática (BRASIL, 2015) é composta por quatro temas, relacionados a habilidades desenvolvidas pelos alunos: I- Espaço e Forma; II - Grandezas e Medidas; III - Números e operações/Álgebra e funções e IV - Tratamento da informação. Em cada tema existe um conjunto de descritores ligados às competências desenvolvidas. Cada descritor aponta uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelos alunos que se traduzem em competências e habilidades.

No trabalho com Geometria, busca-se explorar atividades que integram o descritor Espaço e Forma. Ao término do 5º ano do Ensino Fundamental, o aluno deve desenvolver a competência de observar que o espaço é constituído por três dimensões: comprimento, largura e altura. Da mesma forma, deve estar apto a observar as dimensões que constituem as figuras geométricas, além de outros saberes, como a localização de um objeto ou a identificação de seu deslocamento, os pontos de referência e a percepção de relações de objetos no espaço.

Engenharia Didática como metodologia de pesquisa para o ensino de geometria

Leivas e Gobbi (2014) explicam que uma das metodologias atuais em Educação Matemática, oriunda da chamada Didática Francesa, é a Engenharia Didática (ED) e sua criadora é Michele Artigue. A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa qualitativa que surgiu com a Teoria das Situações Didáticas, tem como objetivo, além de produzir conhecimento na área de Educação Matemática, a verificação acerca da eficiência dos métodos criados.

Os procedimentos metodológicos que sustentam a elaboração deste artigo apoiam-se em alguns elementos da metodologia da Engenharia Didática. Para Artigue (1996 apud SAMPAIO, 2008), trata-se de uma metodologia caracterizada por um esquema experimental baseado em realizações didáticas na sala de aula, abrangendo, assim, importantes etapas, como a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino.

Sampaio (2008) complementa que a Engenharia Didática requer ainda o registro

dos estudos e a validação dos resultados, a qual ocorre internamente, pois se baseia na confrontação entre a análise *a priori*, a qual se ampara no quadro teórico, e a análise *a posteriori*.

Em nossa experiência junto a alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, foi possível atingir a validação interna de que trata a autora, tendo em vista o confronto que realizamos entre as análises *a priori* e *a posteriori*. Em muitos momentos, retomamos o quadro teórico que sustenta nossa pesquisa e revimos nossas próprias concepções, diante das situações não previstas que surgiram.

Essa metodologia de investigação científica procura extrair relações sobre o sistema baseado em conhecimentos didáticos preestabelecidos (ARTIGUE, 1998). Essa percepção pode ser corroborada quando Machado (2002) reitera que a Engenharia Didática é uma metodologia constituída com a finalidade de analisar as situações didáticas, as quais são objetos de estudo da Didática da Matemática, e se ancora tanto na dimensão teórica quanto na prática.

Diagnose inicial: investigação acerca do saber geométrico em alunos do quinto ano do ensino fundamental

Conforme descrito na metodologia, foi elaborada uma avaliação diagnóstica composta por duas questões abertas e nove fechadas, com base em questões da Prova Brasil e outras fontes, no intuito de identificar os conhecimentos que os alunos já possuíam em relação aos polígonos. Para validar o instrumento, a diagnose foi aplicada a duas turmas do quinto ano de outra escola da rede municipal de ensino de Londrina. As questões que compuseram a avaliação também foram validadas por integrantes de um grupo de estudos de pesquisa de uma universidade paranaense. Após esse momento, duas questões foram alteradas, sendo acrescentadas informações sobre figuras planas e espaciais, além do propósito de facilitar a tarefa de tabulação.

A diagnose teve início com a proposição de uma questão aberta, na qual os alunos deveriam explicar com suas palavras o que é polígono. A figura a seguir, criada pelo programa *Create Word*, evidencia os termos mais utilizados pelos alunos em suas respostas. As palavras maiores são as mais frequentes no texto escrito.

A questão 2, extraída da Prova Brasil, envolvia o reconhecimento da nomenclatura de figuras planas. Foi a questão com o maior número de acertos, uma vez que 11 alunos, sinalizando 68,7% do total de alunos que participaram da avaliação, responderam corretamente, enquanto 5 (31,2%) alunos não atingiram o resultado esperado.

Na questão 3, também da Prova Brasil, os alunos deveriam identificar figuras com quatro lados e ângulos retos, 6 alunos, perfazendo 37,5% do total de alunos que realizaram a avaliação, responderam de forma correta, porém 62,5% dos alunos erraram a questão. Quando indagamos os alunos se sabiam o que era ângulo reto, disseram que não. De qualquer forma, alguns disseram que observaram que os cantos das figuras eram retos. O resultado permite a afirmação de que o conceito não estava formado, mas o pensamento geométrico dos alunos que fizeram a observação mostrou-se avançado.

Uma aluna que assinalou a resposta certa relatou o seguinte: “Todos têm quatro lados, mas eu pensei assim: estas duas são as que estão mais retinhas, eu não sabia o que era ângulo reto, por isso eu marquei essas duas porque essa parecia mais reta do que essas” (A1). Por sua vez, um aluno que errou a questão disse que tinha um espelho em casa bem parecidos com os modelos apresentados. Outro disse: “Porque eu fiquei olhando o espelho e estes dois não têm tamanho exato para ser espelho, então eu marquei os outros dois” (A7).

Inferimos que A1, embora tenha acertado a questão, valeu-se da observação para resolver a questão, o que reforça a importância do uso de materiais manipuláveis para que os conceitos possam ser internalizados a partir da observação e da visualização.

Cabe aqui uma ressalva, de que a retomada das questões somente foi possível porque a pesquisadora desenvolveu as atividades sem a preocupação com os demais conteúdos e/ou áreas do conhecimento. Em uma situação cotidiana de sala de aula, nem sempre é possível aprofundar a análise das conjecturas traçadas pelos alunos.

A questão 4, extraída do site Educopedia, visava identificar o número de vértices de triângulo e do quadrado. Apenas 1 aluno, 6,25% da turma, acertou a questão, enquanto 15 (93,75%) não atingiram o objetivo pretendido. Os resultados obtidos mostraram-se compatíveis com as expectativas iniciais, pois se trata de um conteúdo trabalhado apenas no quarto ano. Infere-se que se trata de um conceito não assimilado pelos alunos. Foi solicitado para o aluno que acertou a questão relê-la e obteve-se a seguinte resposta: “Eu sabia que um triângulo tinha três lados e que um quadrado tinha quatro lados, daí eu não sabia o que era vértice, então eu coloquei três e quatro” (A1) Observamos, assim, que a resposta, embora tenha representado um acerto, partiu de um pressuposto de que o número

de lados é igual ao número de vértices. Inferimos que o aluno não soube justificar sua resposta, mas utilizou a relação vértices e lados, o que poderia ser explorado pela professora para explicitar e fazer a institucionalização local antes da institucionalização.

Isso permite conjecturar sobre a propriedade relativa ao número de lados, número de ângulos e número de vértices, e mostrar que a conjectura do aluno se mostra verdadeira. Apesar de ser apenas um aluno, temos indicações de que ele se mostrou apto a identificar de maneira coerente às propriedades dos polígonos.

Na questão 5, constante na Prova Brasil, os alunos deveriam identificar, dentre os polígonos apresentados, aquele que possuísse dois lados paralelos e dois lados não paralelos. Apenas 2 alunos acertaram, sinalizando 12,5% do total que atingiu o objetivo, e 14 foi o número de respostas incorretas, o que aponta para 87,5% da amostra. O paralelismo também é um conteúdo do quarto ano, mas pode-se pressupor que não tenha sido trabalhado de forma contextualizada para garantir o domínio efetivo do conceito.

Na questão 6, também adaptada de um livro didático do 5º ano, os alunos deveriam identificar os eixos de simetria existentes em um campo de futebol. Enquanto 2 alunos (12,5%) acertaram a questão, 14 (87,5%) não atenderam ao objetivo proposto. Embora o conteúdo de simetria também tenha sido trabalhado no quarto ano, dez alunos que não acertaram a questão afirmaram haver 4 eixos de simetria na figura apresentada. Quando questionados, mencionaram que haviam contado os cantos para formular suas respostas. Isso pode ser resultado da ausência de um trabalho aprofundado com simetria nas figuras planas, sugerindo atividades apenas com figuras. Uma aluna que acertou a questão, relatou: “Eu contei os risquinhos que apareceram, eu contei as formas. Círculo não é reto, então eu não contei” (A1).

A questão 7, por sua vez, foi retirada do caderno de atividades da SEED-PR e teve como objetivo relacionar semelhanças entre triângulos a partir do ângulo reto. Houve 12 erros (75%) e 4 acertos (25%). Novamente questionamos os alunos, pois reconhecer o ângulo de 90º graus já deveria ser do domínio da maioria dos alunos, apesar de muitos terem dado respostas inadequadas à questão. Isto nos leva a inferir que a estratégia utilizada pelos alunos funcionaria para algumas propriedades, mas não foi adequada ao momento em questão. De forma similar à questão 3, os alunos disseram que observaram os cantos de cada figura. Na questão 8, também do site Educopedia, cujo objetivo foi identificar a nomenclatura dos polígonos constantes na bandeira nacional, houve resultados semelhantes à questão 4, com 15 erros (93,75%) e 1 acerto (6,25%). Verificamos que, dentre os alunos que erraram essa questão, dez classificaram o retângulo

como quadrado, sem atentar para a característica essencial dessa figura geométrica, conteúdo que deveria ser do domínio dos alunos, pois se trata de um conceito trabalhado desde a Educação Infantil.

Neste ponto, importa refletir sobre a relevância de se propor um trabalho mais aprofundado com os conceitos geométricos nos anos iniciais, atentando sempre para a contextualização e a importância da passagem do concreto para o abstrato.

Ainda em relação à questão 8, quando indagado sobre a sua resposta, um aluno disse que havia um quadrado e apontou para a parte verde da figura, que é um retângulo. Já na parte amarela, disse haver dois triângulos, em vez de um losango. Ainda nesse sentido, é válido destacar uma resposta. Um aluno releu a questão e disse: “Está na letra B, porque é um quadrado... Ah, errei! Não é a B, é a D, porque é retângulo, tem o losango que é o amarelo e tem o círculo que é azul” (A7). Essa situação permite identificar a relevância de retomar algumas questões de uma avaliação, propiciando oportunidades de os alunos refletirem sobre suas respostas e reformularem seus conceitos. Apontamos, assim, um caminho para a condução da análise do erro, necessária para a aprendizagem de conceitos matemáticos em geral.

Alves (2016) reforça a ênfase que deve ser dada à institucionalização, reiterando as ideias de Artigue (1996), segundo a qual o conhecimento matemático deve ser convencionalizado ou fixado pelo *expert*, seguindo os rituais acadêmicos, indicando o estatuto cognitivo de um novo saber, rico em relações conceituais.

No que diz respeito ao objetivo de identificar polígonos e não polígonos, a questão 9, adaptada de Figueiredo (2015), teve como resultado 4 acertos (25%) e 12 erros (75%). Se compararmos tais percentuais com as respostas apresentadas na primeira questão, que sugeria a compreensão do conceito de polígonos, constatamos que o resultado não se mostrou coerente, o que permite inferir que os quatro alunos que acertaram esta questão, embora tenham conseguido reconhecer polígonos, não apresentavam domínio do conceito. Esta situação pode ser atribuída a situações de ensino que requerem maior tempo, durante o qual devem ser desenvolvidos a familiarização e o reinvestimento. De maneira análoga, sugere-se mais ênfase à institucionalização.

A última questão fechada, também extraída e adaptada de Figueiredo (2015), teve como objetivo identificar figuras planas. Houve 5 acertos (31,25%) e 11 erros (68,75%). Os percentuais comprovam que a noção de figuras planas e figuras tridimensionais também foi pouco satisfatória. Reiteramos a preocupação em explorar tais conteúdos a partir das etapas de familiarização e de reinvestimento, culminando com a

institucionalização, conforme postula Artigue (1996), quando estabelece a importância de o professor intervir no sentido de estabelecer o estatuto cognitivo de um novo saber, rico em relações conceituais.

Quando analisamos a totalidade das questões fechadas, comprovamos que, dentre os conteúdos com maior índice de erros, encontramos a questão dos vértices seguida por retas paralelas, reconhecimento dos ângulos de 90° graus, nomenclatura e reconhecimento de polígonos, eixos de simetria e o reconhecimento dos polígonos como figuras com linhas retas e fechadas. Soma-se 15 erros para 1 acerto em relação aos vértices, seguidas por paralelismo, eixos de simetria, ângulos, nomenclatura de alguns polígonos e o reconhecimento dos polígonos, conteúdo que provocou equívocos por 12 alunos.

Ao avaliarmos os resultados das questões fechadas, confirma-se a hipótese inicialmente levantada acerca da necessidade de se trabalhar com polígonos, uma vez que este conteúdo, embora conste no programa do quarto e do quinto anos, não havia sido assimilado de forma apropriada na série anterior, talvez em virtude do que afirmam Pavanello e Andrade (2002), quando ponderam que muitas vezes os professores deixam de lado os conteúdos geométricos por falta de tempo e mesmo por não se sentirem seguros para ensinar.

Vale refletir que, muitas vezes, mesmo trabalhando esses conteúdos, o tempo não é suficiente para que possam ser avaliadas todas as conjecturas elaboradas pelos alunos no desenvolvimento das atividades. Novamente reiteramos que é viável concluir que as questões propostas a partir do nosso trabalho não fazem parte das práticas usuais na escola, mas poderiam ser incluídas de maneira gradativa, buscando adequar as condições de cada unidade escolar às possibilidades de trabalho com os materiais manipuláveis e com o GeoGebra.

Na 11ª questão, foi solicitado que os alunos indicassem a questão mais fácil e a mais difícil de responder, devendo justificar as respostas. Nos quadros a seguir estão expostos os resultados obtidos.

Quadro 1- Questão mais fácil, na concepção dos alunos

Questão mais fácil	Nº de alunos	Justificativas
8	04	Porque era só marcar as figuras da bandeira. Porque eu sei quais são aquelas formas.
10	04	Porque eu estava vendo o ângulo reto.
3	03	Porque foi só ver os lados. Era só olhar as figuras que estão mais retas.

2	02	Porque era só a sequência das figuras geométricas. Era fácil saber a ordem.
1	01	Porque eu entendo tudo.
9	01	A aluna não justificou.
Nenhuma	01	Era tudo difícil.

Fonte: A autora, 2017

Ao observarmos as justificativas, verifica-se que os alunos consideraram fácil a questão 8, que trabalhava as formas geométricas presentes na bandeira Nacional, por se tratar de um objeto do cotidiano. De qualquer forma, 12 respostas inadequadas foram registradas na questão, sinalizando problemas na diferenciação entre retângulo e quadrado. Do mesmo modo, a identificação de figuras planas e não planas constantes da questão 9 teve igual número de respostas por se tratar da visualização. A questão 3 foi mencionada pelo grau de facilidade por três alunos, justificaram que bastava olhar para os lados e retas. Outras questões apontadas como fáceis foram a 1 e a 2.

Merece destaque a resposta do aluno que sinalizou a questão 1 como a mais fácil e se limitou a escrever: “Eu acho que é uma forma geométrica”. Nas questões fechadas, teve apenas um acerto. Por sua vez, o aluno que declarou que todas as questões eram difíceis teve também apenas um acerto, mostrando-se coerente com sua análise em relação à dificuldade da avaliação.

Na sequência, o quadro apresenta as questões consideradas como mais difíceis pelos alunos.

Quadro 2- Questão mais difícil, na concepção dos alunos

Questão mais difícil	Nº de alunos	Justificativas
4	08	Porque tem bastante triângulos e quadrados, eu não entendo nada. Eu achei difícil a questão 4 porque eu não sei muito o que é polígono e eu achei difícil. Porque eu não sei muito bem o que é vértice. Porque não vim na aula então não sei o que é polígono. Porque eu nem sabia o que era polígono.
1	02	Porque eu não sabia o que era polígono.
6	02	Os alunos não justificaram.
9	02	Porque eu confundi muito nessa questão. Porque nós ainda não estudamos.
7	01	Porque é muito difícil.
Todas	01	São todas difíceis.

Fonte: A autora, 2017

Quanto à questão mais difícil, 15 alunos disseram ser a que abrangia o conceito de vértices nos triângulos e nos quadrados. Se compararmos com os resultados sinalizados na Figura 2, comprova-se que foi a questão com maior número de erros, ao lado das questões 5, 7, 8 e 9, que abrangem os conteúdos de polígonos. Chama a atenção ainda, na visualização das justificativas apresentadas, o fato de que cinco alunos disseram não saber o que são polígonos.

Retomando os resultados aqui expostos, reforçamos a necessidade de desenvolver um trabalho com polígonos pautados no uso de materiais manipuláveis e outras abordagens, conforme nossa proposta na aplicação de uma sequência didática com a utilização da metodologia da Engenharia Didática. É importante lembrar ainda que os materiais manipuláveis são primordiais para auxiliar na passagem do concreto para o abstrato, como uma espécie de suporte físico para a aprendizagem.

Os resultados obtidos confirmaram a hipótese de que o ensino de Geometria representa, nos moldes propostos por Fainguelernt (1999), uma ferramenta para a compreensão, descrição e inter-relação com o espaço de vivência. Isso pode ser confirmado a partir do fato de que os alunos buscaram elementos do seu cotidiano (espelho, bandeira, campo de futebol) para levantar hipóteses e construir inferências sobre os polígonos, o que evidencia a importância de um estudo construído para este fim.

Diagnose final: apresentação, análise e discussão dos resultados obtidos

Na análise *a posteriori*, foram aplicadas as mesmas questões da diagnóstica inicial, com o intuito de comparar os resultados após a aplicação da sequência didática e encontrar subsídios para a validação – última etapa da Engenharia Didática, na qual são confrontados os dados obtidos na análise *a priori* e *a posteriori*. Buscamos, então, com respaldo em Sampaio (2008), propor reflexões sobre o desempenho dos sujeitos, bem como as observações sobre os acontecimentos durante a aplicação da sequência. Em direção semelhante, avaliamos se as hipóteses da pesquisa foram confirmadas e se os alunos agregaram novos conhecimentos.

Quando solicitamos, na primeira questão aberta, que os alunos explicassem novamente o que é polígono, obtivemos respostas que convergiram para a elaboração da figura a seguir.

Para realizar o confronto entre as respostas das questões abertas, tabulamos os resultados e optamos por apresentar a porcentagem dos acertos na diagnose inicial e na final, devendo-se destacar que o número de alunos em cada situação era diferente, pois enquanto na etapa inicial da sequência didática trabalhamos com 16 alunos, na diagnose final contávamos com 14 crianças, uma vez que dois irmãos haviam sido transferidos para outra escola. Os resultados encontram-se dispostos na Figura 3.

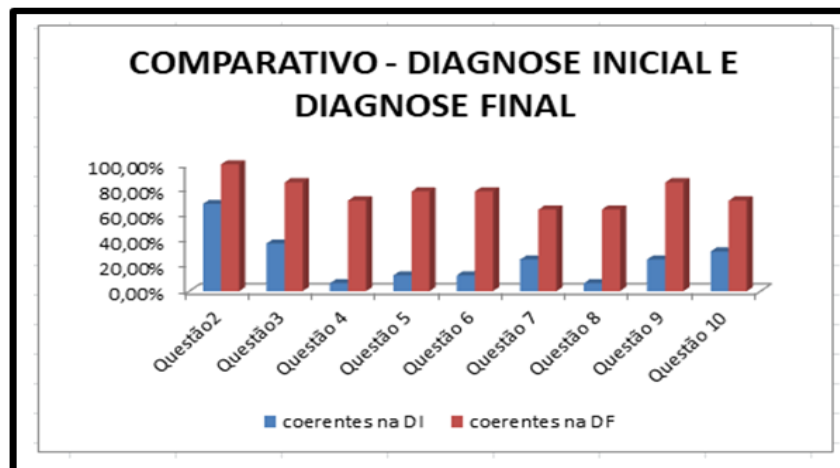


Figura 3 - Gráfico com respostas adequadas e não adequadas na DI e na DF
Fonte: A autora, 2017.

Na questão 2, sobre a nomenclatura das formas geométricas, houve 100% de acertos, o que revela um avanço considerável, pois anteriormente haviam sido obtidos 68,7% de acertos.

A questão 3, sobre ângulos retos, provocou 71,4% de acertos, em contraposição a 43,7% na diagnose inicial. Inferimos que as atividades desenvolvidas com ângulos, inclusive com a construção do instrumento de medidas, mostraram-se válidas para promover a apropriação do conceito por um número maior de alunos.

Na questão 4, que objetivou identificar o número de vértices do triângulo e do quadrado, houve 64,3% de acertos, em oposição a apenas 6,25% da primeira etapa, evidenciamos que o trabalho com a construção de figuras com palitos e no GeoGebra foi bastante importante para que o conceito de vértices fosse formado.

Na questão 5, em que foi explorado o conceito de lados paralelos e não paralelos, obtivemos uma porcentagem de 78,6% de acertos em contraposição a 12,5% obtidos na diagnose inicial. Novamente, reafirma-se que o trabalho desenvolvido com o geoplano e com o GeoGebra mostrou-se determinante para a obtenção desse resultado.

A questão 6, sobre os eixos de simetria em um campo de futebol, teve 71,4% de acertos em oposição a 12,5% encontrados na diagnóstica inicial. Os resultados expressivos visualizados nessa questão podem ser atribuídos às atividades de recorte e manipulação de diferentes figuras para a obtenção dos eixos de simetria.

A questão 7, que visava o reconhecimento de ângulo reto em triângulos, permitiu obter 78,6% de acertos, sendo que anteriormente este percentual foi de 25%. Devemos enfatizar que os alunos demonstraram dificuldades durante a aplicação das atividades sobre triângulos, mas a retomada de conteúdos e o uso de técnicas de medida dos ângulos foi relevante para os resultados positivos aqui registrados.

A questão 8 visou identificar o polígono em um objeto do cotidiano, a bandeira nacional. Houve 71,4% de acertos, em contraposição a 25% de acertos. Buscando comparar as respostas dos alunos que erraram essa questão, foi motivo de surpresa a aluna A1, que havia apresentado a seguinte definição de polígono, na questão 1: “Figura de linhas retas e fechadas” e assinalou a alternativa que incluía o círculo como um polígono, inclusive escrevendo o nome das três formas.

Da mesma forma, a aluna A5, que também havia formulado o conceito de polígono como figura reta que não se cruza, embora tenha acrescentado as propriedades do paralelogramo, também assinalou o círculo como um polígono. Inferimos que as duas alunas somente atenderam-se ao primeiro enunciado da questão, que fazia referência a formas geométricas, sem atentarem para a pergunta, voltada para o nome dos polígonos representados na bandeira.

A nona questão da diagnóstica versou sobre a identificação dos polígonos e não polígonos. Essa foi a questão cujos percentuais mostraram-se elevados, pois na diagnose final houve 85,7% contra 25% da primeira. A questão 10, que buscou a identificação de figuras planas, teve 78,6% de acertos contra 31% da diagnose inicial.

Quadro 3- Comparativo entre as concepções dos alunos e os resultados das questões consideradas mais fácil e mais difícil

Aluno	Questão considerada mais fácil	Resultado da questão	Questão considerada mais difícil	Resultado da questão
A1	4 “Porque já respondia”.	Acerto	Nenhuma, porque eu sabia o conteúdo.	Errou a questão 8
A2	9 “Porque é fácil diferenciar as figuras polígonos com as que não são polígonos”.	Acerto	A questão 4 “porque eu fiquei em dúvida”.	Acerto
A3	8 “Porque é a nossa	Acerto	A questão 7 “porque eu	Acerto

	bandeira do Brasil”.		não tenho um ângulo de 90°”.	
A4	10 “Porque é só falar a plana”.	Acerto	Nenhuma, “porque já sei fazer tudo”.	Acertou todas as questões
A5	1 “Porque a gente estudou muito sobre isso.	Acerto	A 9 “porque foi difícil saber qual era”.	Acerto
A6	8 “Porque ele tem 4 ângulos e 4 vértices”.	Erro	4 “porque eu não estava sabendo”.	Erro
A7	1 “porque era só ver e responder”.	Acerto	Nenhuma, “porque eu me esforcei”.	Errou as questões 4 e 10
A8	7 “porque nós tínhamos estudado sobre o assunto antes da prova e depois foi bem mais tranquilo de responder”.	Acerto	Nenhuma, “porque nós já tínhamos feito está prova antes e ficou bem mais fácil”.	Acertou todas as questões
A9	1 “porque foi uma das primeiras coisas que a professora ensinou”.	Acerto	5 “porque tive algumas dúvidas”.	Acerto
A10	A da bandeira (8) “porque só foi olhar as formas e marcar a resposta certa”.	Acerto	Nenhuma, “porque aprendi tudo nas aulas”.	Errou a questão 4
A11	8 “porque é só marcar o nome dos polígonos”.	Acerto	Nenhuma, “porque eu já estudei sobre tudo”.	Errou quatro questões: 3, 6, 7 e 10
A12	7 “porque ela é muito fácil”.	Assinalou duas letras (A e B)	4, “porque ela é muito difícil”.	Erro
A13	Eu achei a bandeira do Brasil (8), “porque é só você falar o nome”.	Erro	Nenhuma, “porque eu estudei bastante”.	Errou as questões a 5, 6, 7 e 8
A14	1 “porque é muito fácil, porque eu nem pensei para responder”.	Acerto	9, “porque pensei muito”.	Acerto

Fonte: A autora, 2018

Em relação às questões consideradas mais fáceis, apenas três alunos não tiveram resultados correspondentes à questão indicada, sendo que A6 e A11 disseram que a questão 8 era a mais fácil, mas não assinalaram a resposta correta, enquanto A12 mencionou que a questão 7 era mais fácil, mas assinalou as letras a e b como resposta, sendo considerada errada, embora a alternativa b fosse a correta.

No que diz respeito às questões consideradas mais difíceis, sete alunos disseram não ter considerado nenhuma questão difícil. Destes, dois alunos (A4 e A8) realmente acertaram todas as questões. Por sua vez, A1 deu resposta equivocada à questão 8 e A10 não respondeu adequadamente à questão 4. O aluno A7 deu respostas inadequadas às questões 4 e 10, enquanto A11 errou quatro questões (3, 6, 7 e 10) e A 13 deu respostas

não coerentes às questões 5, 6, 7 e 8).

Cinco alunos sinalizaram uma questão como a mais difícil, mas deram resposta correta à mesma. Assim, A2 indicou a questão 4; A3 mencionou como mais difícil a questão 7; A5 e A14 apontaram a questão 9, enquanto A9 indicou a questão 5. Inferimos que o fato de terem considerado a questão difícil e apresentarem respostas corretas pode estar relacionado à capacidade de visualização das figuras. Em relação à questão 4, em que os alunos precisavam observar os vértices do triângulo e do quadrado em um mosaico, três alunos consideraram a mais difícil (A2, A6 e A12), sendo que um aluno acertou a questão e dois erraram. Admitimos que, embora se tratasse de figuras simples, o conceito de vértices mostrou-se um elemento de dificuldade na resolução da atividade. Nesta situação, seria viável a elaboração de outras atividades ou até mesmo a criação de situações adidáticas que possibilitassem o reinvestimento sobre o conteúdo de vértices.

Os resultados foram sistematizados por meio de um registro escrito dos alunos a partir de um roteiro de questões referentes à metodologia empregada e às diferentes aprendizagens construídas ao longo da experiência vivenciada.

Considerações finais

Salientamos que o pensamento geométrico se desenvolve inicialmente pela visualização. Assim, os alunos conhecem o espaço como algo que existe ao redor deles, enquanto as figuras geométricas são reconhecidas por suas partes ou propriedades. Por meio da observação e da comparação, eles começam a discernir as características de uma figura e a usar as propriedades para conceituar classes e formas.

Na aplicação da avaliação diagnóstica inicial, pudemos levantar que os alunos apresentavam algumas dificuldades em relação ao conceito de polígonos e demais propriedades destas figuras, embora este conteúdo tenha sido trabalhado no quarto ano. Assim, levantamos que os mesmos não reconheciam a nomenclatura das formas geométricas elementares, tendo se confundido até mesmo em relação ao quadrado. De forma semelhante, o reconhecimento de ângulos e vértices não ficou evidente em questões da diagnose inicial. Na questão que abordou os eixos de simetria, também não houve respostas positivas por parte da maioria dos alunos.

Ao compararmos os resultados da avaliação diagnóstica inicial com a final, aplicada após o desenvolvimento de todas as atividades dos diferentes momentos da sequência didática, constatamos que houve avanços consideráveis.

Essa etapa foi bastante expressiva, permitindo efetivar a análise prévia dos conceitos geométricos que os alunos já possuíam, conforme propõe a metodologia da Engenharia Didática no que diz respeito ao objetivo de compreender a realidade na qual pretendíamos intervir.

Os resultados encontrados confirmaram a efetividade da sequência didática nos moldes propostos por alguns elementos da Engenharia Didática, como uma forma de construção dos conhecimentos matemáticos e, de maneira mais específica, do conteúdo de polígonos. Assim, confirma-se a posição dos autores que embasam esta pesquisa no que se refere à importância de promover um trabalho voltado para os saberes geométricos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Convém enfatizar que a Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa que vem se diversificando, tendo sua produtividade confirmada como um importante contributo ao desenvolvimento teórico em didática. Essa diversificação é particularmente associada ao problema recorrente das relações entre pesquisa e ação. Isso ficou evidente ao longo de todo nosso trabalho, pois continuamente revisamos nosso arcabouço teórico, em busca de subsídios que sustentassem nossas ações pedagógicas. Da mesma forma, recorreremos a outros autores que relataram experiências análogas à nossa, com a formulação de sequências didáticas. Assim, constatamos, reiteradamente, a necessidade de incrementar nossa pesquisa para aprimorar nossa ação docente.

Referências

ALVES, F. R. V. Engenharia Didática: implicações para a pesquisa no âmbito do ensino em Análise Complexa. **Ciência e Natura**, Santa Maria, v. 38, n. 2, p. 694-715, mai./ago. 2016.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique: recherches en Didactique des Mathématiques. **Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions**, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1998.

ARTIGUE, M. Didactical design in mathematics education. In: WISLØW, C. (Ed.), **Nordic Research in Mathematics Education, Proceedings from NORMA08**. Copenhagen, April 21-25, 2008. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2009. p. 7-16.

_____. Engenharia Didática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

BARROS, R. M. de O.; SAMPAIO, H. R. O conhecimento matemático sobre os descritores “espaço e forma” de licenciandos em um curso de pedagogia na modalidade

a distância: resultados parciais. **RPEM**, Campo Mourão, v. 3, n. 4, p. 203-222, jan./jun. 2014.

BRASIL. **Matrizes de referência em matemática**. Brasília, DF: INEP, 2015.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática: representação e construção em Geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FIGUEIREDO, H. R. S. **Investigações a respeito das habilidades matemáticas de licenciandos em Pedagogia na modalidade a distância**. 2015. 196 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

LEIVAS, J. C. P.; GOBBI, J. A. O *software* GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 1, p. 1-18, jan./abr. 2014.

LORENZATO, S. (org.) **Aprender e ensinar Geometria**. Campinas: Mercado das letras, 2015.

_____. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2010.

_____. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, Blumenau, n. 4, p. 3-13, jan./jun. 1995.

MACHADO, S. D. A. Engenharia didática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 2002. p. 197-212.

PAVANELLO, R. M. Porque ensinar/aprender Geometria? In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2004, São Paulo. **Anais...** São Paulo, 2004.

_____. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, v. 1, n. 1, p. 1-17, 1993.

_____. **O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica**. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAVANELLO, R. M.; ANDRADE, R. N. G. Formar professores para ensinar Geometria: um desafio para as licenciaturas em matemática. **Educação Matemática em Revista**, ano 9, n. 11A, 2002. Edição Especial.

SAMPAIO, H. R. **Uma abordagem histórico-filosófica na educação matemática: contribuições ao processo de aprendizagem de trigonometria no ensino médio**. 2008.

190 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) –
Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.