

# AS INSTIGANTES PARÁBOLAS DO ZÉ THE REMARKABLE JOE'S PARABOLAS

Alessandro Firmiano  
Maria de Lourdes P. Pizarro  
José Pedro M. de Oliveira\*

## RESUMO

A utilização de softwares educativos tornou-se uma atividade indispensável para as diversas práticas pedagógicas nos dias atuais. A criação de um *solver* para elucidar os questionamentos de uma investigação científica requer conhecimento específico, integração interdisciplinar e aplicabilidade conceitual para que suas simulações numéricas, interpretações e análises gráficas extrapolem os resultados de uma compreensão limitada. A situação problema que conduzirá este trabalho será a obtenção da quantidade de parábolas que incidem nos vértices de um dado triângulo qualquer. O recurso computacional para resolver esta problematização simplista disponibiliza situações relevantes a uma exploração que segue a frente do esperado pensamento cartesiano, pois, com o *solver* implementado foi possível visualizar e conceber o traçado de uma infinidade dessas parábolas soluções.

**Palavras-chave:** Interpolação quadrática. Parábolas degeneradas. Software educativo. Transformação afim. Triângulo qualquer.

## ABSTRACT

The use of educational software has become an essential activity for the various teaching practices today. The creation of a solver to elucidate the questions of a scientific investigation requires specific knowledge, conceptual interdisciplinary integration and applicability for their numerical simulations, interpretations and graphical analyzes extrapolate the results of a limited understanding. The problem situation that will lead this work is to obtain the amount of parabolas that relate the vertices of a given triangle. The computational resource for solving this problem relevant of simplistic situations provides for a farm that follows the front of the expected Cartesian thought, because with the solver implemented was possible to visualize and design the layout of a infinity of these parabolas solutions.

**Keywords:** Quadratic interpolation. Parabolas degenerate. Educational software. Affine transformation. Triangle.

---

\* Os autores são docentes na Academia da Força Aérea AFA-Pirassununga/SP. [lezandro@sc.usp.br](mailto:lezandro@sc.usp.br)

## Introdução

“Considere um triângulo qualquer de vértices  $RST$ . Quantas parábolas passam pelos vértices  $R, S$  e  $T$  desse triângulo?”

O questionamento acima sobre um simples problema da Geometria, além de motivar a composição deste trabalho, trouxe para a discussão as reais aplicações dos recursos computacionais nas práticas pedagógicas. Nesse sentido, o emprego de tais recursos, além de simular certas situações reais no processo ensino-aprendizagem, contribui na visualização de solução que, às vezes, pode transcender o senso comum.

Neste artigo, com o uso de planilhas eletrônicas, das bibliotecas matemáticas e de uma visualização gráfica, foi implementado um *solver* com objetivo de mostrar a existência de infinitas soluções destas instigantes parábolas do ZÉ. A demonstração foi delineada sem o apelo às onerosas equações da geometria analítica requerendo apenas conceitos de simetria, rotação, translação e interpolação do 2º grau.

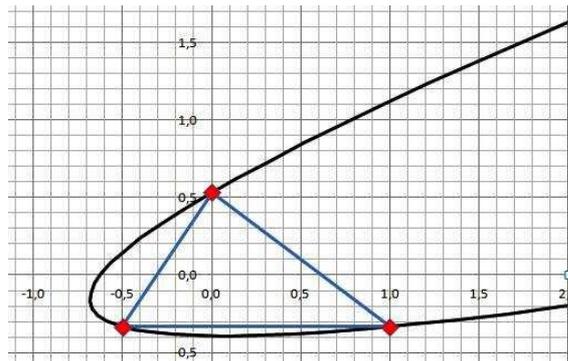
A simplicidade deste problema não impediu o desenvolvimento de um projeto interdisciplinar e cooperativo, conforme preconizado em Silva (2012) e que resultou em mais um incentivo das técnicas de aprendizagem que empregam os softwares educativos.

Especificamente para a matemática, é grande a discussão de como esses ambientes computacionais são extremamente úteis e importantes para a exploração e construção dos conceitos geométricos (SANTANA, 2010), pois objetivam uma aproximação maior entre as definições abstratas e a realidade do aluno. E, nesse sentido, de acordo com Mercado (2002), o docente precisa construir conhecimentos sobre os aspectos computacionais, compreender as perspectivas educacionais dos softwares em uso e entender a integração do computador na sua prática pedagógica. O *solver* deste trabalho é simples, no entanto, a sua investigação foi direcionada em ambientes complexos e realísticos.

## A Existência da Solução

Uma preocupação tida em um problema considerado *bem posto* é a existência de solução, e a vantagem nessa antecipação está no fato de investigar por algo que existe. Para o problema acima, se dado um triângulo qualquer, apenas com o uso da imaginação, é possível traçar uma solução conforme ilustrado na figura 1.

Mas, como demonstrar que curva traçada é, necessariamente, uma parábola<sup>1</sup>?



**Figura 1 – Interceptação de uma curva plana sobre os vértices de um triângulo qualquer**

Nesse sentido, para não comprometer a questão da existência de solução, faz-se necessário um formalismo matemático mais apurado para garantir que a curva obtida em destaque na figura 1 se refere ao lugar geométrico que satisfaz às condições do problema dado.

### **Simplificação do Problema e as Soluções Triviais**

Uma estratégia comumente empregada na Matemática para a resolução de problemas é a busca de solução em situações mais simples (MENDES, 2009). Assim, se considerar um triângulo equilátero  $ABC$ , uma parábola que incidirá sob os seus três pontos  $A, B$  e  $C$  é aquela cujo vértice<sup>2</sup> coincide com o ponto  $A$  do triângulo, conforme ilustrado na figura 2(a). Nesse caso, verifica-se que o eixo de simetria dessa parábola coincide com a mediana do triângulo relativa ao lado  $\overline{BC}$ .

A expressão analítica da parábola solução pode ser obtida pela interpolação polinomial das coordenadas:  $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{6})$ ;  $(0, \frac{\sqrt{3}}{3})$  e  $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{6})$  do triângulo equilátero. Dessa forma, as coordenadas do baricentro  $G(0,0)$  coincidem com a origem do sistema.

A simetria do triângulo equilátero indica outras duas soluções ao aplicar, na parábola inicial, respectivas rotações sob o seu baricentro  $G$  de ângulo  $\theta = -\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ , para coincidir o vértice com o ponto  $B$ , e  $\theta = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ , para coincidir o vértice com o ponto  $C$ , conforme as figuras 2 (b) e (c). Maiores detalhes sobre as transformações afins e as suas operações matriciais podem ser encontrados em Anton e Rorres (2002).

<sup>1</sup> Lugar geométrico dos pontos cujas distâncias a uma reta fixa  $r$  e a um ponto fixo  $F$  são iguais. O ponto  $F$  chama-se foco da parábola e a reta  $r$  é a sua diretriz.

<sup>2</sup> Extremo da parábola por onde passa o seu eixo de simetria.

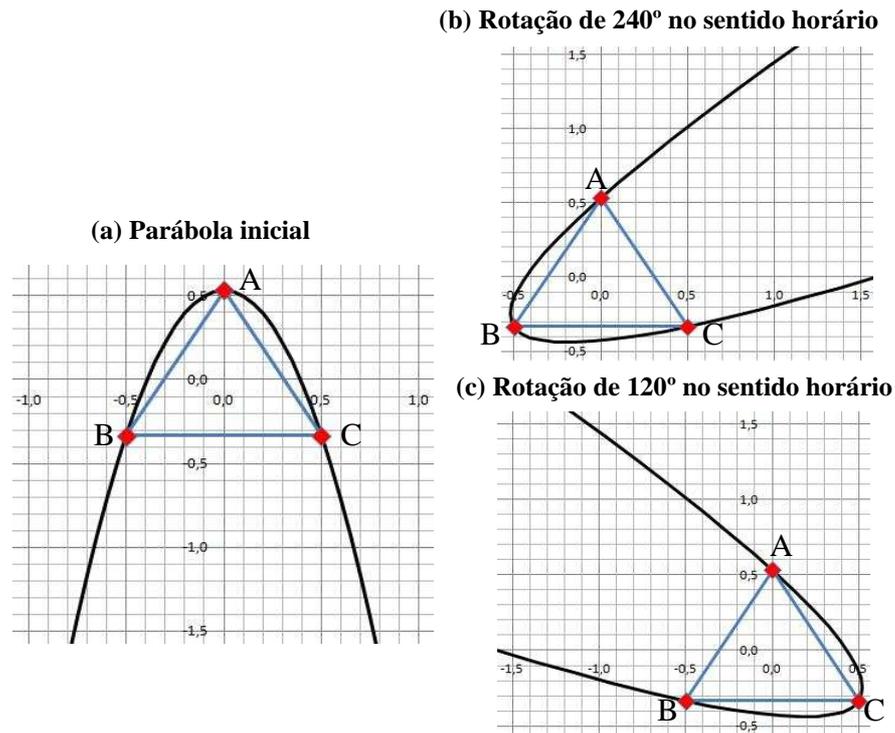


Figura 2 – Soluções triviais sobre o triângulo equilátero

A expressão analítica da interpolação polinomial sobre os vértices do triângulo da figura 2(a) é dada por  $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ , sendo  $a_0 \approx 0,57735$ ,  $a_1 = 0$  e  $a_2 \approx -3,46410$ , valores obtidos facilmente da implementação das coordenadas do triângulo em planilha eletrônica. As expressões implícitas para as parábolas (b) e (c) podem ser obtidas com a rotação  $\theta$  dos eixos coordenados. Logo, são visualizadas três soluções triviais para o triângulo equilátero.

### Solução Não-Trivial no Triângulo Equilátero

Nesta seção, os recursos computacionais serão empregados na investigação da existência de outras soluções não-triviais sobre o triângulo equilátero  $ABC$ . Nesta investida, a questão motivadora analisará a possibilidade de haver alguma parábola de forma que o seu vértice não coincida com nenhum dos três pontos  $A, B$  e  $C$  do triângulo equilátero. A metodologia inicia com a rotação de  $ABC$ , sob um ângulo  $\theta$  fixo, mas previamente estabelecido. As coordenadas no novo triângulo  $MNP$  são calculadas através da matriz de rotação no sentido horário, ou seja,

$$\begin{pmatrix} x_M & y_M \\ x_N & y_N \\ x_P & y_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A & y_A \\ x_B & y_B \\ x_C & y_C \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}}_{\text{matriz de rotação}} \quad (1)$$

O cálculo computacional de (1) é facilmente realizado com a utilização de bibliotecas matemáticas das planilhas eletrônicas que implementam as operações matriciais. O comando utilizado da biblioteca disponível para este trabalho foi:  $=\{\text{MATRIZ.MULT}(A1:B4;C6:D7)\}$ .

De posse das novas coordenadas, o *solver* obterá os coeficientes da equação do 2º grau que interpola os três pontos  $M, N$  e  $P$  do triângulo  $MNP$ . Assim, conforme Salomon (2012), os coeficientes  $(a_0, a_1, a_2)$  do polinômio interpolador serão fornecidos pela igualdade:

$$\begin{pmatrix} 3 & \sum x & \sum x^2 \\ \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 \\ \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y \\ \sum xy \\ \sum x^2y \end{pmatrix} \quad (2)$$

A inversa da matriz  $3 \times 3$  da equação (2), multiplicada pela direita pelo vetor  $3 \times 1$  do segundo membro da igualdade dessa equação foi obtida pelo comando:

$$\{=\text{MATRIZ.MULT}(\text{MATRIZ.INVERSO}(A16:C18);D16:D18)\}. \quad (3)$$

Considere que, após uma rotação de  $\theta \neq \frac{k\pi}{3}$  radianos,  $k \in \mathbb{Z}$ , as ordenadas do novo triângulo equilátero satisfaça  $(y_M - y_N)(y_M - y_P)(y_N - y_P) \neq 0$ . Então a parábola:

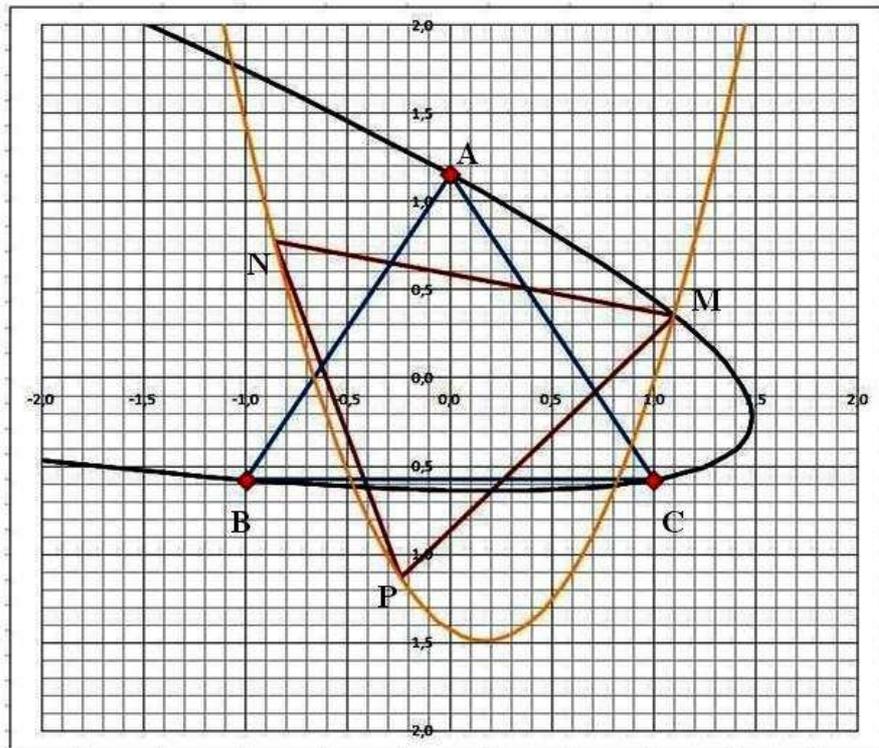
$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 \quad (4)$$

será bem definida e passará pelos pontos  $M, N$  e  $P$ , sem que seu vértice necessariamente coincida com nenhum desses três pontos do triângulo rotacionado.

Seja  $I = [-r, r]$  um intervalo suficientemente grande para conter as abscissas dos triângulos no seu interior. Se  $\mathcal{P}$  é uma partição do intervalo  $I$  suficientemente refinada, pode-se aplicar a equação (4) nos elementos desta partição para *plotar* a parábola que passa por  $M, N$  e  $P$ . Assim, quando multiplicar essas coordenadas pela matriz de rotação de ângulo  $-\theta$ , ou seja, pela matriz de rotação  $\theta$ , no sentido anti-horário, o resultado será uma parábola incidindo o triângulo equilátero original  $ABC$ , sem que o seu vértice seja algum desses três pontos.

A figura 3 ilustra uma solução não-trivial das parábolas do ZÉ que, após fornecido o triângulo  $ABC$ , o triângulo  $MNP$  passa a ser obtido por rotação  $\theta$ . Depois é realizado,

por interpolação polinomial, o traçado da parábola que incidem  $M, N$  e  $P$  e finalmente, pela rotação de ângulo  $-\theta$  dessa curva tem-se a parábola que incidirá no triângulo  $ABC$  sem que o seu vértice coincida com nenhum desses três pontos  $A, B$  e  $C$ .



**Figura 3 – Obtenção de uma solução não-trivial empregando técnicas combinadas de rotação e interpolação polinomial**

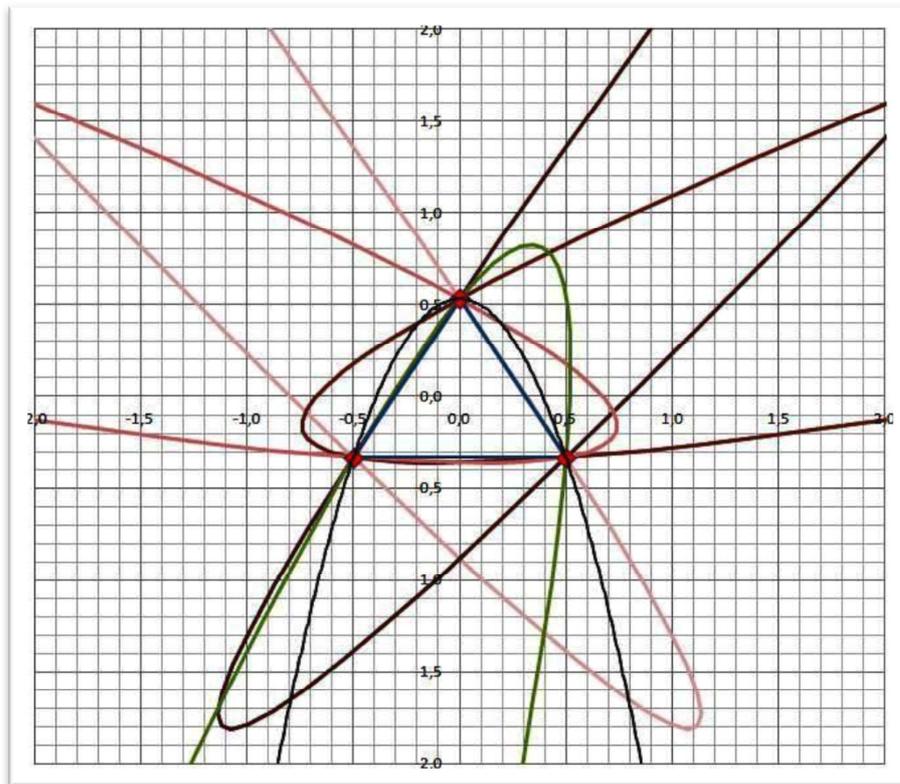
A curva que foi rotacionada sob ângulo  $-\theta$  é traçada, pelo *solver*, considerando um conjunto de pontos com abscissas no intervalo  $I = [-2,2]$ , que estão suficientemente próximas, e as respectivas ordenadas, calculadas pela equação (4). A amplitude de cada subintervalo da partição uniforme  $\mathcal{P}$  foi definida por  $h = 0,05$ .

### **Infinitas Soluções no Triângulo Equilátero**

A restrição de  $\theta \neq \frac{k\pi}{3}$  radianos,  $k \in \mathbb{Z}$ , imposta na equação (1), foi pelo fato de evitar que o triângulo rotacionado ficasse com um dos seus lados em ângulo perpendicular com o eixo  $x$  e, nesse caso, não seria possível a aplicação da equação (2), pois a matriz  $3 \times 3$  seria uma matriz singular e, assim, não haveria nenhuma parábola que interceptasse o triângulo  $MNP$ .

Entretanto, existem outras infinitas possibilidades para o valor do ângulo  $\alpha$ , de tal forma que cada um desses valores defina uma solução diferente, ou seja, é possível traçar infinitas parábolas incidentes no triângulo equilátero  $\triangle ABC$ .

A figura 4 apresenta ilustrações de várias soluções determinadas com a implementação do *solver*, para diferentes valores do ângulo  $\alpha$ .



**Figura 4 – Obtenção de seis soluções sobrepostas no triângulo equilátero empregando técnicas combinadas de rotação e interpolação polinomial**

Verifica-se que a disponibilização desse recurso computacional, para determinar as parábolas do ZÉ, permitiu a visualização de várias soluções no triângulo equilátero. E ainda, ao generalizar as três soluções triviais da figura 2, o *solver* contribuiu para que a investigação científica não se limitasse apenas no pensamento cartesiano.

Outra propriedade geométrica é observada em quatro soluções apresentadas que são simétricas, duas a duas, com relação ao eixo das ordenadas. Este eixo também serve para a simetria para o triângulo  $\triangle ABC$ .

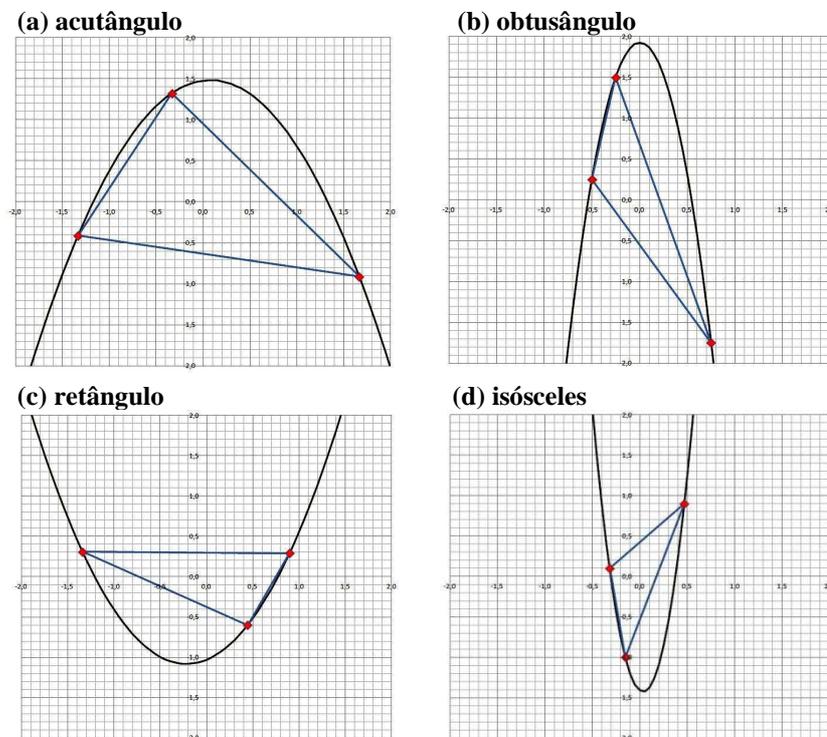
Logo, cada solução não-trivial caracterizará outras três soluções, por simples transformação afim, representadas pelas respectivas reflexões sobre cada eixo de simetria do triângulo equilátero  $\triangle ABC$ .

## Soluções em Triângulos Quaisquer

Nesta seção, com o auxílio do *solver*, será realizada a generalização dos resultados discutidos nas seções anteriores, investigando a existência de parábolas que incidem nos vértices de um triângulo qualquer RST.

Como discutido anteriormente, se as ordenadas do triângulo  $RST$  satisfazem a restrição  $(y_R - y_S)(y_R - y_T)(y_S - y_T) \neq 0$ , uma parábola solução pode ser obtida diretamente pela interpolação polinomial dada na equação (2), das coordenadas dos vértices desse triângulo, conforme ilustrado na figura 5 (a).

As figuras 5(b), 5(c) e 5(d) ilustram outras configurações de triângulos quaisquer e a respectiva solução dada pela interpolação polinomial da equação (2).



**Figura 5 – Obtenção de soluções diretas sobrepostas em triângulos quaisquer**  
 (a) solução por interpolação polinomial em um triângulo acutângulo  
 (b) solução por interpolação polinomial em um triângulo obtusângulo  
 (c) solução por interpolação polinomial em um triângulo retângulo  
 (d) solução por interpolação polinomial em um triângulo isósceles

Observe que todos os triângulos ilustrados neste artigo estão com o seu centróide<sup>3</sup> coincidindo com a origem do sistema de coordenadas. Esta característica útil foi prevista no *solver* ao considerar, inicialmente, a translação das coordenadas do baricentro de cada triângulo para o ponto  $O(0,0)$ .

<sup>3</sup> Ponto no interior de uma forma geométrica que define o seu centro geométrico.

Nessa translação do centróide, aplicou-se sobre cada um dos vértices do triângulo dado a seguinte fórmula da referida transformação afim:

$$\bar{x}_k = x_k - \underbrace{\frac{x_1+x_2+x_3}{3}}_{\substack{\text{abscissa} \\ \text{baricentro}}}, \quad k = 1,2,3 \quad \text{e} \quad \bar{y}_k = y_k - \underbrace{\frac{y_1+y_2+y_3}{3}}_{\substack{\text{ordenada} \\ \text{baricentro}}}, \quad k = 1,2,3 \quad (5)$$

Se o triângulo inicial  $RST$  não satisfizer a restrição:

$$(y_R - y_S)(y_R - y_T)(y_S - y_T) \neq 0,$$

ou seja, se um dos seus lados for perpendicular ao eixo  $x$ , uma rotação de ângulo  $\theta$  é aplicado em  $RST$  e uma parábola é obtida sobre o triângulo rotacionado. Após a rotação inversa de ângulo  $-\theta$  dessa interpolação polinomial, é obtida uma parábola solução, que incidirá nos três vértices do triângulo  $RST$ . A figura 6 ilustra a situação apresentada e a programação do *solver* em planilha eletrônica que foi utilizada como recurso computacional na obtenção da solução, em qualquer posicionamento do triângulo.

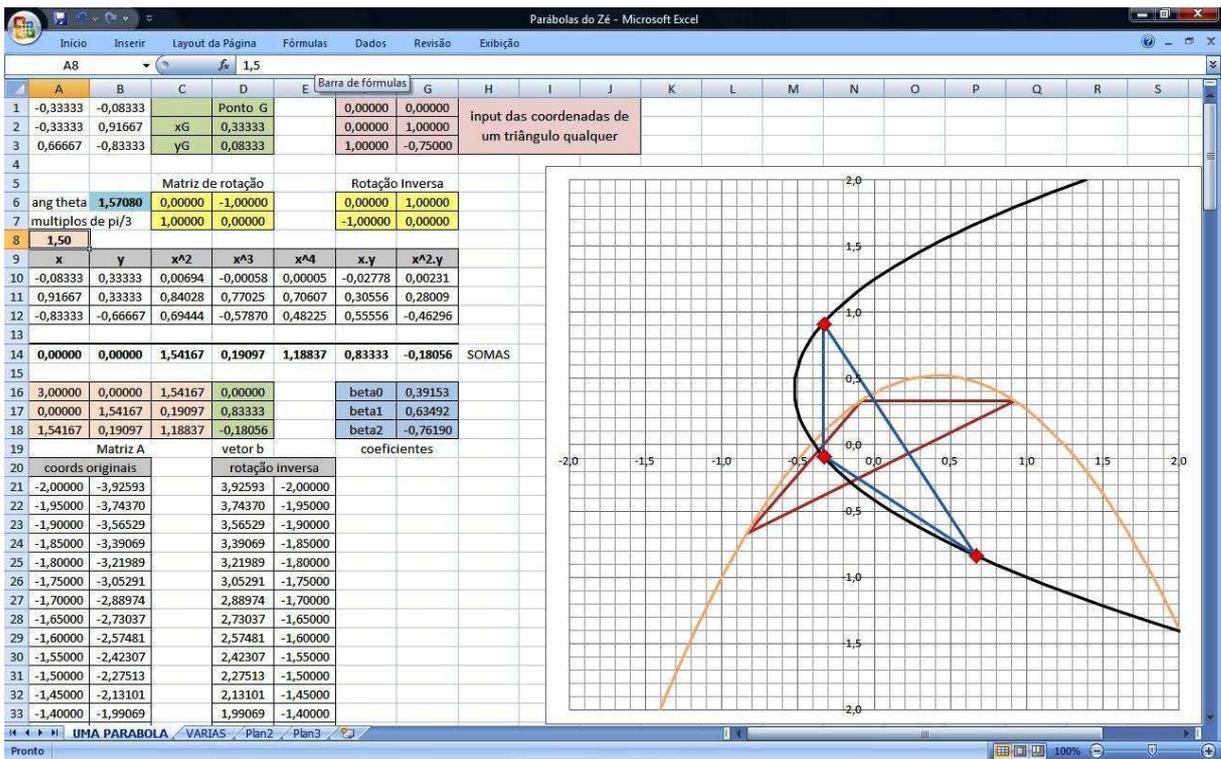


Figura 6 – Utilização do recurso computacional para obter uma parábola incidente nos vértices de um triângulo qualquer – programação de um *solver* em planilha eletrônica

Verifica-se que um lado do triângulo  $RST$  da figura 6 é perpendicular ao eixo  $x$ , logo, não é possível a obtenção de um polinômio de grau 2 que interpolará os seus vértices. Assim, foi atribuído o valor de  $\theta = \pi$  radianos para rotacionar no sentido

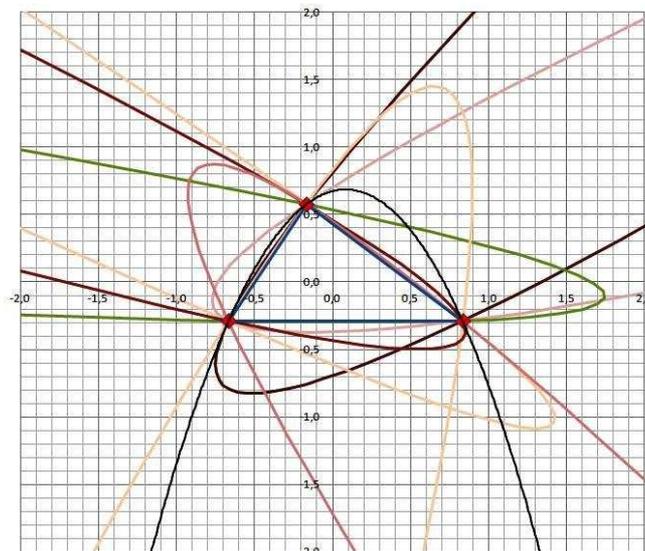
horário o triângulo  $RST$ , em torno do seu centro de gravidade<sup>4</sup>, e aplicar a equação (2) interpolando o novo triângulo.

Após *plotar* a parábola que incide no novo triângulo, essa curva é rotacionada no sentido anti-horário sob um ângulo de  $\theta = -\pi$ , em torno do seu centro de gravidade, para obter a parábola solução que incidirá nos vértices do triângulo qualquer  $RST$ , dado inicialmente.

### Infinitas Soluções em Triângulos Quaisquer

A escolha do ângulo de rotação  $\theta$  da seção anterior não pode ser realizada de forma totalmente arbitrária, pois poderia haver certa rotação que eliminaria o perpendicularismo entre um determinado lado do triângulo  $RST$  e, automaticamente, resultar um ângulo de  $90^\circ$  com o eixo  $x$ , de um dos outros dois lados do mesmo triângulo. Desconsiderando esses dois valores para o ângulo  $\theta$ , ainda é possível contar com uma infinidade de outros ângulos para rotacionar  $RST$  e obter, em cada situação, uma solução distinta sobre o mesmo triângulo qualquer.

Portanto, o problema para encontrar as parábolas do ZÉ possui infinitas soluções. A figura 7 ilustra algumas parábolas incidindo nos três vértices de um triângulo qualquer  $RST$ .



**Figura 7 – Utilização do recurso computacional para obter parábolas incidentes nos vértices de um triângulo qualquer**

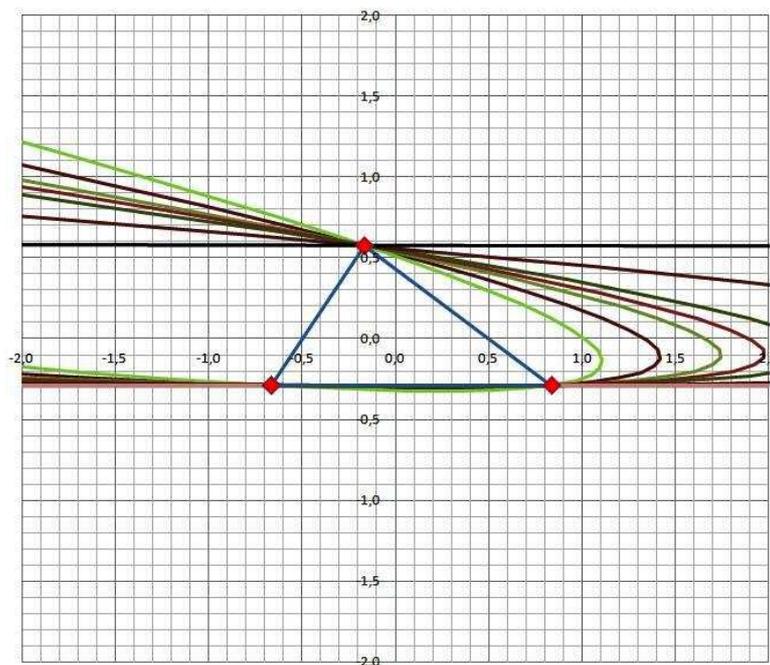
<sup>4</sup> Os termos: baricentro, centróide ou centro de gravidade, no triângulo referem-se ao mesmo ponto em seu interior.

Verifica-se que a disponibilização do recurso computacional, que permitiu o traçado das várias soluções do problema proposto, contribui consideravelmente, nesta situação problema, na visualização de situações não vislumbradas somente com o apoio cognitivo intuitivo.

Dessa forma, o uso do *solver* apresentou uma forma de traçar infinitas soluções de um problema de caracterização simplista e, ainda, demonstrou a importância atribuída às simulações numéricas para retratar situações rotineiras, problematizadas pelo espírito investigativo.

### Soluções Degeneradas e o Preenchimento de Regiões Planares

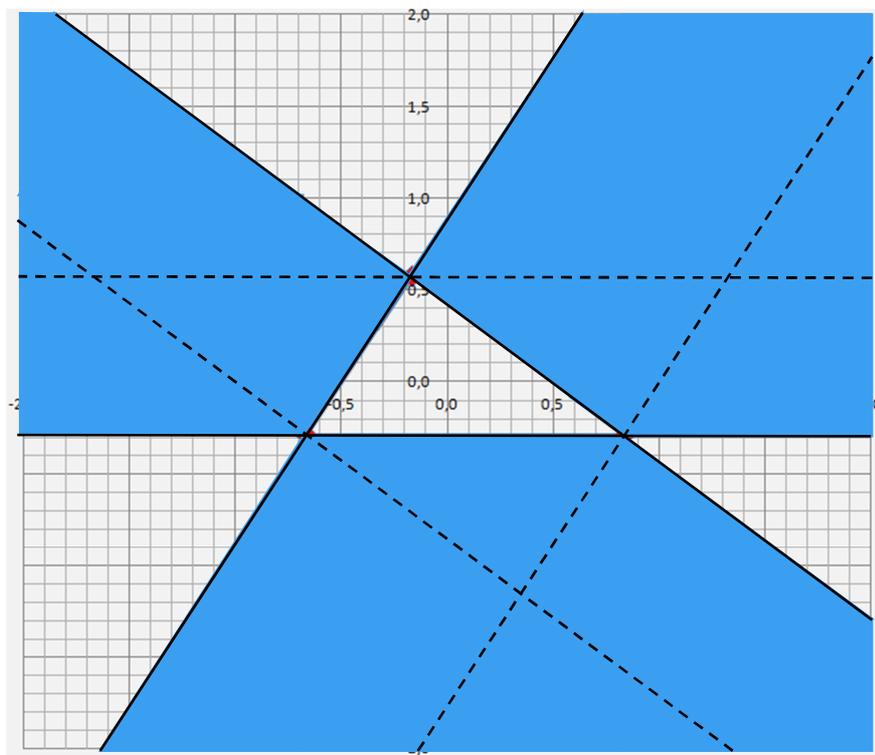
Uma característica essencial da simulação computacional se refere à análise de situações extremas do problema estudado (FARRELL, 2010). No caso das parábolas do ZÉ, foram atribuídos valores para o ângulo de rotação  $\theta$ , de forma que as soluções correspondentes possuíssem concavidades sempre voltadas para mesma direção até alcançar uma situação limite, em que a extremidade da parábola tende ao infinito e os seus ramos ficassem paralelos ao próprio eixo de simetria. A figura 8 ilustra as extrapolações que submeteram as parábolas soluções de forma que suas concavidades ficassem voltadas para a esquerda e a extremidade, numa situação limite, tendesse ao infinito pela direita.



**Figura 8 – Parábola degenerada com extremidade tendendo ao infinito pela direita e concavidade voltada para a esquerda**

Verifica-se que, quanto maior a distância entre o centróide do triângulo e a extremidade da parábola solução, mais fechada será a concavidade dessa curva. O *solver* possibilitou a verificação de que a intersecção de todas as parábolas da figura 8 resulta exatamente nos três vértices do triângulo. E ainda, pode-se afirmar que é possível determinar um intervalo real em que, para cada ponto da região compreendida entre os ramos da parábola extrema, existirá pelo menos um valor desse intervalo definindo uma parábola solução que passará pelos três vértices do triângulo e também pelo ponto da região. Ou seja, é possível cobrir parte da região do plano com a reunião de todas as parábolas solução sobre um triângulo qualquer.

Combinando as três estratégias de soluções extremas, definidas pelo arranjo dois a dois dos vértices do triângulo, o plano é dividido em regiões que contém as infinitas parábolas do ZÉ e em regiões que não existe nenhuma parcela de qualquer parábola solução. Essas regiões são apresentadas na figura 9. Assim, dado um triângulo qualquer, as infinitas parábolas soluções preencherão a totalidade das regiões em destaque da figura 9 e, conseqüentemente, as regiões complementares (as regiões quadriculadas) não possuirão nenhum ponto de qualquer parábola solução do triângulo.



**Figura 9 – Partição do plano em duas regiões. A região em destaque que contém todos os pontos das infinitas parábolas solução do triângulo qualquer e a correspondente região complementar que não possui nenhum ponto de qualquer parábola solução.**

Verifica-se que as regiões que contêm as infinitas parábolas soluções são formadas no exterior do triângulo e delimitadas por retas (linhas cheias) definidas, duas a duas, pelos vértices desse triângulo.

As linhas pontilhadas da figura 9 reunidas com as respectivas linhas cheias paralelas são as parábolas degeneradas a uma situação limite. Cada uma dessas três parábolas degeneradas delimitam regiões em que uma parábola dessa região tem a sua extremidade tendendo ao infinito.

Nas regiões em que a intersecção com qualquer parábola é vazia, verifica-se que todo quadrilátero formado pelos três vértices do triângulo  $RST$  e um ponto dessa região, será côncavo, o que impossibilitará o traçado de uma parábola por esses quatro pontos. Assim, uma condição necessária para que uma parábola incida em quatro pontos no plano é que esses pontos determinem um quadrilátero convexo.

A infinidade de soluções apresentadas remete a uma questão natural que é a determinação da quantidade de parábolas que passam por um ponto qualquer da região em destaque da figura 9. O recurso computacional e a figura 7 indicam que para cada ponto na região de soluções, existem exatamente duas parábolas soluções.

Para finalizar este trabalho sobre as instigantes parábolas do ZÉ, mas sem a pretensão de encerrar a rica discussão dessas situações geométricas, foi considerado que os vértices do triângulo qualquer  $RST$  fragmentarão cada solução em quatro partes. Dois segmentos finitos e dois segmentos infinitos e, uma vez que a região de soluções é composta pela união de três sub-regiões disjuntas (figura 9), afirma-se que uma dessas sub-regiões conterá exatamente dois segmentos de cada solução. Mais ainda, esses dois segmentos comuns na sub-região são os dois segmentos infinitos.

### **Considerações finais**

É implementado um recurso computacional com características de software educativo para traçar parábolas incidentes nos vértices de um triângulo qualquer  $RST$ . Com o auxílio desse *solver*, várias situações e propriedades foram visualizadas e discutidas sob o enfoque da simulação numérica. As investigações geométricas revelaram que o problema proposto possui infinitas soluções e que o conjunto de todas as parábolas soluções determinam três sub-regiões conexas sendo que, em cada ponto interior dessas sub-regiões existem exatamente duas parábolas soluções. E ainda, cada ponto interior contido na região complementar das sub-regiões, definiu um quadrilátero

côncavo com os vértices do triângulo  $RST$ , sugerindo que uma condição necessária para uma parábola incidir em quatro pontos no plano é que esses determinem um quadrilátero convexo.

De forma geral, essa exploração numérica motivada por uma situação prática, favoreceu a integração de conhecimentos extraídos na utilização dos recursos computacionais com os métodos pedagógicos que evitam abstrações dispensáveis para aproximar a realidade do aluno.

## **Referências**

- ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra linear com aplicações**. 8. ed. São Paulo: Editora Bookman, 2002.
- FARRELL, S.; LEWANDOWSKY, S. **Computational Modeling in Cognition: principles and practice**. London: Sage Editor, 2010.
- MENDES, I. A. **Matemática e investigação na sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
- MERCADO, L. P. L. **Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática**. Maceió: Editora UFAL, 2002.
- SALOMON, D. **Curves and surfaces for computer graphics**. New York: Springer, 2012.
- SANTANA, P. **A importância da aplicação prática dos recursos tecnológicos e audiovisuais na matemática**. Disponível em: <<http://www.webartigos.com/artigos/a-importancia-da-aplicacao-pratica-dos-recursos-tecnologicos-e-audiovisuais-na-matematica/35041/>>. Acesso em: 2 mar. 2012.
- SILVA, G. M. **O uso do computador como uma ferramenta para o desenvolvimento de software educativo via software de autoria no auxílio do ensino aprendizado**. Disponível em: <<http://meuartigo.brasilecola.com/educacao/a-informatica-aplicada-na-educacao.htm>>. Acesso em: 24 fev. 2012.