

**AS MUDANÇAS PROCEDIMENTAIS DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO
DURANTE O TRABALHO COM INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM SALA
DE AULA**

**THE PROCEDURAL CHANGES FOR HIGH SCHOOL STUDENTS WHILE
WORKING WITH MATHEMATICS INVESTIGATION CLASSROOM**

Julyette Priscila Redling*
Jair Lopes Junior**

RESUMO

O artigo que se apresenta, relata uma pesquisa realizada junto a alunos do ensino médio, na qual foram elaboradas atividades de investigação matemática a partir de questões de alguns vestibulares de universidades públicas federais e estaduais; posteriormente aplicadas a esses alunos numa escola estadual do interior de São Paulo e com os dados obtidos a partir de suas produções, buscamos analisar quais procedimentos foram usados por eles e quais mudanças procedimentais ocorreram. Pretende-se com isso, colaborar para a formação matemática do aluno de Ensino Médio visando uma aprendizagem mais significativa dos conceitos matemáticos e dos procedimentos envolvidos ao trabalhar com esse tipo de atividade.

Palavras-chave: Conteúdos Procedimentais. Investigação Matemática. Ensino Médio.

ABSTRACT

The paper that if presents, tells a research carried through next to students of the High School, in which activities of mathematical investigation from questions of some examinations of federal and state public universities had been elaborated; later applied to these students in a state school of the inside of São Paulo and with data obtained from their productions, we search to analyze which procedures had been used for them and which procedural changes had occurred. It is intended with this, to collaborate for the mathematical formation of the students of High School aiming at a more significant learning of the mathematical concepts and the procedures involved when working with this type of activity.

Keywords: Procedural Content. Mathematics Investigation. High School.

* Mestre em Educação para Ciência (área Ensino de Ciências e Matemática) da Faculdade de Ciências – UNESP/Bauru. Docente da Faculdade de Tecnologia Ciência e Educação – FATECE. E-mail: jredling@gmail.com

** Doutor em Psicologia Experimental e professor do Departamento de Psicologia – UNESP/Bauru. E-mail: jlopesjr@fc.unesp.br

Introdução

A importância atribuída nas últimas décadas aos conteúdos do ensino e aprendizagem nas propostas curriculares é uma novidade que chama a atenção por defenderem a educação ideal como sendo aquela que garante aos alunos condições ideais para o desenvolvimento de suas potencialidades e capacidades cognitivas, afetivas, sociais, e não aquela que transmite simplesmente os saberes acumulados e constituídos socialmente. (COLL et al., 2000)

Desse modo, as escolas sentiram a necessidade de incluir em seus objetivos de ensino o desenvolvimento de todas as capacidades dos alunos, necessitando para isso trabalhar na aprendizagem de vários conteúdos de diferentes características. Esse conjunto de aprendizagens, segundo Zabala (1999), recebe o nome de “conteúdos de aprendizagem” e abrange todos os elementos de aprendizagem de uma proposta educacional.

Os conteúdos de aprendizagem podem ser classificados em três grandes grupos: os conteúdos conceituais ou factuais, os procedimentais e os atitudinais. No presente artigo nosso foco serão os conteúdos procedimentais que muito se confunde com os procedimentos de ensino que os professores utilizam em sala de aula ou ainda as atividades que os professores desenvolvem para levar as aprendizagens, ao invés de serem considerados como conteúdo escolar a serem aprendidos pelos alunos e que podem ser trabalhados por meio de diferentes métodos (VALLS, 1996).

A definição dos conteúdos procedimentais ou simplesmente procedimentos que também podem ser chamados de regras, técnicas, métodos, habilidades, destrezas, algoritmos, estratégias, de acordo com Zabala (1999, p. 10) são “um conjunto de ações ordenadas e com finalidade, quer dizer, dirigidas à realização de um objetivo”.

Assim, com intuito de contribuir para o ensino e a mudança dos conteúdos procedimentais dos alunos e visando proporcionar uma aprendizagem mais significativa de alguns conceitos matemáticos, o artigo que se apresenta, relata uma pesquisa realizada com alunos do ensino médio, na qual foram elaboradas atividades investigativas a partir de questões de alguns vestibulares de universidades públicas federais e estaduais paulistas; posteriormente aplicadas numa escola estadual do interior de São Paulo e a partir dos dados obtidos com a produção dos alunos buscamos analisar quais procedimentos foram usados por eles e quais mudanças procedimentais ocorreram.

A opção por esse tipo de atividade esteve pautada em pesquisas que vêm sendo realizadas tanto no Brasil como em Portugal, as quais indicam que atividades de natureza investigativa, exploratória e abertas têm ganhado muita visibilidade nos currículos escolares como uma alternativa didático-pedagógica de ensino significativo de matemática e que contempla, ao mesmo tempo, aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais em relação a esse conhecimento (BERTINI; PASSOS, 2008).

A Investigação Matemática

"Atividades investigativas" ou "investigações matemáticas" designam um tipo de atividade que enfatiza os processos matemáticos tais como procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar (PONTE et al., 1998).

No entanto, é sabido que as aulas de matemática são marcadas predominantemente por resolução de exercícios e problemas, os quais possuem características que os diferenciam. Um problema é uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método imediato de resolução. Já um exercício pode ser resolvido usando um método ou algoritmo já conhecido. Contudo há uma característica comum aos exercícios e problemas - em ambos os casos o enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido. O professor sabe de antemão que a resolução e a resposta apresentada pelo aluno ou está certa ou está errada.

Numa investigação é diferente. O ponto de partida é uma situação aberta, ou seja, a questão não está completamente definida, cabendo a quem investiga (estudante) um papel fundamental na sua concretização (BERTINI; PASSOS, 2008). Além disso, para que uma situação possa compor uma investigação é essencial que seja motivadora e desafiadora, não sendo prontamente acessíveis, ao aluno, nem o processo de resolução nem a resposta ou respostas da atividade.

Desse modo, uma investigação requer a participação efetiva do estudante na própria formulação das questões a estudar, e, segundo estudos, isso favorece o seu envolvimento na aprendizagem.

A dinâmica de uma aula investigativa é influenciada por diversos fatores, dentre eles o planejamento da aula e o envolvimento do professor e do aluno; além disso, uma aula que trata da abordagem investigativa desenvolve-se em torno de três fases: introdução da tarefa (oralmente ou por escrito), realização da investigação e finalmente

a discussão dos resultados (relato dos alunos sobre o trabalho realizado além do fechamento e sistematização do conhecimento) (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2005).

Dessa forma, segundo Ponte et al. (1999), o planejamento e a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais:

- reconhecimento da situação;
- formulação de conjecturas;
- realização de testes;
- argumentação, demonstração, generalização e conclusão do trabalho realizado.

No início da atividade, o professor procura envolver os alunos no trabalho, propondo-lhes a realização de uma tarefa. Durante a atividade, observa se eles estão trabalhando de modo produtivo, formulando questões, representando a informação dada, testando conjecturas e procurando justificá-las. Na fase final, o professor procura saber quais as conclusões a que os alunos chegaram, como as justificam e se tiram implicações interessantes.

Numa investigação matemática, o objetivo é, portanto, explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual será o ponto de chegada (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999).

De acordo com Ponte et al. (2002), vários estudos portugueses têm mostrado que a realização de investigações matemáticas nas aulas pode colaborar na promoção da aprendizagem dos alunos e na prática docente. Indicam que elas levam os alunos e professores a desenvolver novas capacidades e a adquirir novos conhecimentos. Outro ponto destacado por Serrazina et. al. (2002) é que o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem ajuda a trazer para sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa.

Desse modo, a abordagem investigativa não se resume à utilização de diferentes processos matemáticos, mas caracteriza-se também por uma mudança no poder do professor, que deixa de ter o controle sobre as respostas, sobre os procedimentos usados pelos alunos e por proporcionar uma maior autonomia aos alunos na participação da construção do seu próprio conhecimento.

As Atividades e a Aplicação

A aplicação das tarefas foi realizada com uma classe de treze alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública de São Carlos, mediante acordo estabelecido com a professora de matemática.

Buscando atender aos objetivos da pesquisa, a intervenção realizada se insere numa perspectiva qualitativa, seguindo os pressupostos do estudo de caso que, segundo Ludke e André (1986, p. 20), possui as seguintes características gerais: enfatizam a interpretação em contexto, pois para uma coleta mais completa é preciso levar em conta o contexto; buscam retratar a realidade de informação; revelam experiências e permitem generalizações; utilizam uma linguagem e uma forma mais acessível do que os outros relatórios de pesquisa e podem ser apresentados na forma de desenhos, fotografias, colagens, discussões, etc.

O trabalho de campo seguiu as seguintes etapas: (i) aplicação de um questionário de identificação e realização de uma avaliação diagnóstica inicial; (ii) aplicação das atividades investigativas elaboradas e (iii) aplicação da avaliação diagnóstica final, que seguem abaixo:

- Avaliação Diagnóstica Inicial e Final

1) A remuneração de um vendedor de uma loja de calçados é feita em duas parcelas. Uma parcela fixa de R\$ 350,00 e uma parcela variável, que corresponde a uma comissão de 20% do total de vendas realizadas no mês. Construa a função descrita nessa situação, identifique-a e represente-a graficamente? Se esse vendedor vender R\$ 1.200,00 em mercadoria no mês, quanto ele receberá? E se ele vender R\$ 1.000,00?

2) Uma bola é lançada do solo verticalmente para cima e tem sua posição em função do tempo expressa pela função $H(t) = 40t - 5t^2$, onde H representa a altura em metros e t representa o tempo em segundos. Em quais instantes a bola estará a uma altura de 60 metros? Identifique o tipo de função que é trabalhada nesse exercício e a represente graficamente.

3) Inicia-se a criação de certa bactéria em um laboratório. Estudos indicam que o número inicial é de 200 bactérias. A cada duas horas a quantidade dobra. A fórmula que representa essa situação é dada por:

$$N(t) = N_0 \cdot K^t$$

Onde: N_0 – número inicial de bactérias

t - tempo

K – constante

Determine o número de bactérias, 12 horas após o início do estudo. Que tipo de função está sendo trabalhada nessa situação? Represente-a graficamente.

- 1ª Atividade Proposta

Imagine que seu amigo esteja à procura de emprego, e que você para ajudá-lo compra um jornal e seleciona os seguintes anúncios:

- Vendedores de lona

10 vagas para estudantes, 18 a 20 anos, com experiência.

Salário: R\$ 350,00 + comissão de R\$ 0,50 por m² vendido.

- Vendedores de loja

8 vagas para pessoas com idade entre 18 e 35 anos, sem experiência.

Salário: R\$ 630,00 + comissão de 6% sobre o valor total de venda por mês.

- Vendedores autônomos

Trabalhe vendendo os produtos de nosso catálogo (cosméticos, roupas, utensílios domésticos, eletroeletrônicos, bijuterias, etc.) e ganhe de 20% a 35% sobre cada produto vendido.

Você seria capaz de verificar qual dessas propostas de emprego seria mais vantajosa para seu amigo? Existe alguma que será sempre mais vantajosa que as outras? Estude vários casos e justifique.

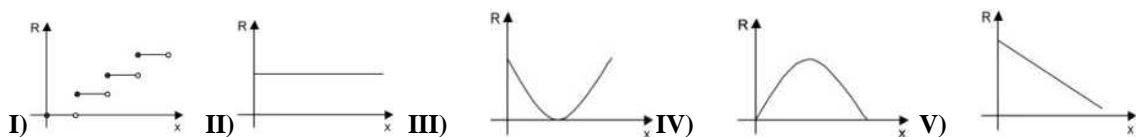
- 2ª Atividade Proposta

Um boato tem um público alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem, além, de apresentar uma *máxima* rapidez de propagação quando o boato passa a ser conhecido por um certo número de pessoas.

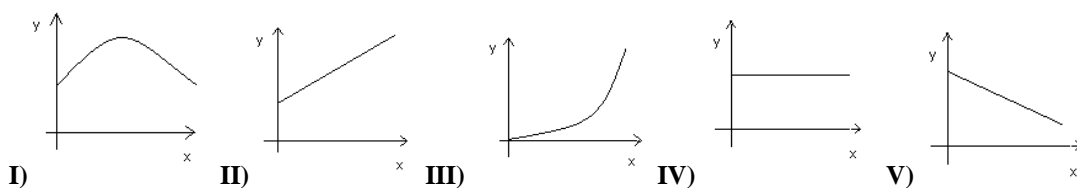
a) Você seria capaz de indicar intuitivamente qual dos gráficos abaixo melhor representa essa situação? Que tipo de função esse gráfico representa? Justifique.

OBS: R (rapidez de propagação)

X (nº de pessoas que conhecem o boato).



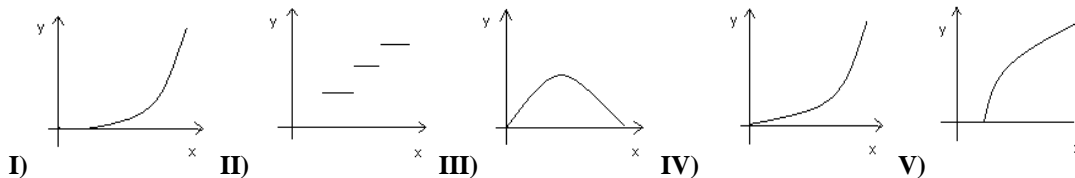
b) José Roberto toma um táxi comum que cobra uma taxa fixa pela bandeirada + um certo valor por km rodado. Você conseguiria atribuir valores para essa situação e representar sua função? Que tipo de função você construiu? Algum dos gráficos abaixo representa a função que você encontrou? Justifique todas as suas respostas.



c) Pedro e Renata formam um casal diferente: em suas famílias as pessoas vivem bastante. Contando os ascendentes de Pedro e os de Renata e depois os somando, foi possível perceber que: o número de bisavôs/bisavós é o dobro do número de avós/avôs que é o dobro do número dos pais, isto é, o número de ascendentes dobra a cada geração anterior. Identifique intuitivamente a função presente na situação e indique qual dos gráficos abaixo representa essa situação. Justifique sua resposta.

OBS: Y (nº de ascendentes)

X (geração)



- 3ª Atividade Proposta

Você é o dono de uma fazenda que está passando por um período prolongado de seca. Nela existe um reservatório que é controlado para não desperdiçar água. Sabendo-se que no momento inicial do período de seca o reservatório estava cheio, isto é, com sua capacidade máxima, indicada por q_0 . Desafio você a responder:

a) Se ao final do 1º mês de seca, o reservatório ficou com metade (50.000 L) da quantidade inicial de água (q_0) e que no 2º mês a quantidade de água chegou a 12.500 L, você saberia dizer o que acontecerá ao final do sexto mês de seca? Você poderia dizer como se comportou a variação de água nesse período? A partir de suas respostas anteriores seria possível escrever uma expressão que pudesse representar essa situação?

b) Se no ano anterior no mesmo período, a quantidade de água desse reservatório após o 1º mês de seca, chegou a 49.998 L e que no 2º mês a quantidade diminuiu para 24.995 L. O que você poderia concluir ao final do sexto mês de seca? Como se comportou a variação de água nesse período? É possível escrever uma expressão que pudesse representar essa situação?

Como instrumentos de coleta de dados utilizamos os relatórios da aplicação, dados referentes às avaliações diagnósticas inicial e final, relatório de desenvolvimento dos alunos referente às atividades investigativas propostas, além disso, combinamos as anotações das observações com o material transcrito de gravações, filmagens e fotografias. No entanto, nesse artigo, optamos por analisar em particular, a produção de um dos quatro grupos formados durante o desenvolvimento das tarefas, com a finalidade de verificar mais profundamente as mudanças procedimentais ocorridas na aprendizagem desses alunos.

As Mudanças Procedimentais

Ao analisarmos a avaliação diagnóstica inicial, foi possível verificar que os três alunos pertencentes ao grupo apresentado neste artigo conseguiram aplicar os procedimentos algorítmicos corretamente ao seguirem os passos necessários para chegar à solução das situações problema que abordavam respectivamente, função do 1ª grau e função do 2º grau. Entretanto, esses alunos não obtiveram sucesso na resolução da situação problema que tratava de função exponencial, já que somente um deles conseguiu aplicar o procedimento algorítmico adequado para sua resolução.

No entanto, ficou claro suas dificuldades na construção dos gráficos das três situações, mostrando com isso a falta de conhecimento desse tipo de procedimento que está mais proximamente relacionado a um procedimento do tipo motor. (figuras 1, 2 e 3)

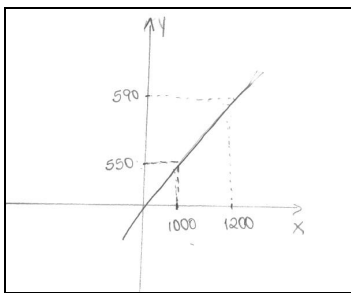


Figura 1 – Aluno F

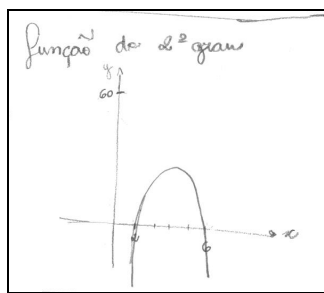


Figura 2 – Aluna C

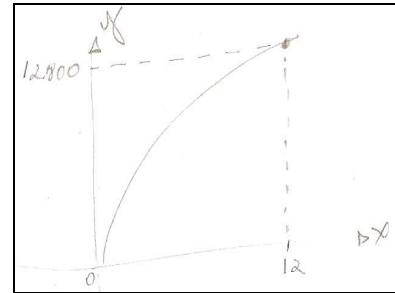


Figura 3 – Aluna G

A importância da aprendizagem desse procedimento segundo Zabala (1999) está na sua utilização em diversas áreas durante a escolarização do aluno e também de sua relevante presença em contextos fora dela. Trata-se de uma ferramenta que permite analisar, compreender e utilizar grande quantidade de informação, além de favorecer o desenvolvimento e aplicação de procedimentos do tipo motor, o qual envolve ações dirigidas para a construção de sistemas de representação de informação.

Assim, a partir dos dados obtidos, foi possível perceber que apesar dos alunos terem conseguido resolver as duas primeiras situações problema, identificar as funções e saber que as características dos gráficos das funções afim e quadrática são respectivamente, uma reta e uma parábola, eles não conseguiram compor os dados dos exercícios de maneira adequada de modo a construir seus gráficos corretamente, mostrando a falta de compreensão desses procedimentos.

O mesmo caso pode ser observado na terceira situação, onde somente uma aluna conseguiu utilizar o algoritmo apropriado e fazer os cálculos corretos para resolvê-la, mas, no entanto também não conseguiu construir seu gráfico conforme esperado.

Desse modo, posteriormente a análise da avaliação inicial, pudemos verificar as principais dificuldades dos alunos e desse modo selecionar as atividades investigativas mais adequadas para se trabalhar esses conceitos e conseqüentemente os procedimentos que não pareciam estar claros para eles, mas que são de grande importância no processo de ensino/aprendizagem.

Ao elaborar as atividades nos preocupamos em trabalhar com situações que promovessem aos alunos um aprofundamento do estudo de funções, desenvolvendo as atividades em níveis¹ cada vez mais elaborados procurando um equilíbrio entre os aspectos intuitivo² e lógico³ do conhecimento (MENEGHETTI, 2001 e MENEGHETTI; BICUDO, 2003); além de tentar desenvolver nos mesmos um espírito investigativo, desenvolvendo a argumentação, o trabalho em grupo, favorecendo a relação professor/aluno, contextualizando situações presentes em suas vidas fazendo-os se envolver nas atividades para que possam ter um aprendizado mais significativo⁴.

O caráter aberto e desafiador, a contextualização presente nas atividades, favorece aos alunos a evocação e utilização de seus conhecimentos prévios, além de estimular a procura de relações com outros conhecimentos durante a resolução da mesma, evidenciando o que segundo Coll et al. (2000) se tratam de recursos muito apropriados para o ensino e aprendizagem dos procedimentos.

Durante a execução das atividades os alunos foram estimulados e guiados pelo professor-pesquisador para que durante a realização das mesmas estes buscassem compreender realmente o seu significado, de modo a não produzirem aprendizagens repetitivas ou mecanizadas, proporcionando assim, a aquisição dos procedimentos.

¹ A questão dos níveis no processo de constituição do conhecimento pode ser justificada cognitivamente com Vygotsky (1991), que diz que à medida que o intelecto se desenvolve, velhas generalizações são substituídas por generalizações de tipos cada vez mais elevadas. A aquisição de conceitos novos e mais elevados transforma os significados dos conceitos anteriores.

² Embora o termo intuitivo possa tomar diversos significados, neste trabalho esse termo está significando um dos sentidos estabelecidos por Kant, a saber, que o intuitivo é um conhecimento de apreensão imediata, sem intermediário, podendo ser de origem empírica (conhecimento empírico) ou *a priori* (conhecimento que não depende da experiência).

³ Inspirada nos trabalhos de Frege (1879-1959) a lógica aqui está sendo considerada como uma linguagem puramente formal, a qual não necessita ser suplementada por qualquer razão intuitiva. Assim, entendemos que é por meio da lógica que sistematizamos, ou seja, formalizamos o conhecimento e o mesmo adquire o caráter de necessidade e universalidade.

⁴ Constitui-se segundo Ausubel (1980), quando algo novo, através de ideias, informações; se relaciona com estruturas de pensamento disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo proporcionando assimilação dos conceitos e diferenciando os mesmos de forma a estabilizar, equilibrar o seu raciocínio.

Na primeira atividade o grupo simulou diversas situações a respeito das três propostas e as justificaram detalhadamente, como pode ser visto na figura 4. Neste momento, foi possível perceber a utilização de um procedimento do tipo heurístico que de acordo com Coll et al. (2000) orienta de modo geral sobre a sequência a ser seguida, mas não diz completamente como se deve agir, fato que é favorecido pelo caráter aberto da atividade.

-Vendedores de loja:

Os vendedores de loja precisam de experiência e vendendo bem ele ganhará 5 reais por dia mais o salário por mês ele receberá 450,00 reais por mês.

-Vendedores de loja:

Para os vendedores de loja existe só 6 vagas sem experiência vendendo 10 reais por dia ele ganhará 0,60 centavos no final do mês ele ganhará de valor 642,00 reais

-Vendedor autônomo:

Os vendedores autônomos se venderem 5 objetos por dia ele ganhará 183,40 por dia isto se a venda for boa e então ele ganhará por mês 3668 reais

Então o vendedor autônomo é o mais compensável pois é o que ganha mais.

Mas se comparar um com o outro o mais viável é os vendedores de loja, pois é o que mais ganha sem comissão a idade é de 18 a 35 anos e sem experiência.

Figura 4

Outro caso interessante foi quanto ao cálculo dos salários em cada proposta. Como os alunos não sabiam que estavam trabalhando com uma atividade que envolvia o conceito de função do 1º grau, eles tiveram que utilizar estratégias para conseguir calcular esses salários. O modo como o grupo tentou resolver a atividade foi excelente, eles escolheram trabalhar com o uso de regra de três, evidenciando a presença numa mesma atividade de outros procedimentos, nesse caso, o procedimento do tipo algorítmico que consiste, segundo Valls (1996), numa sequência de ações necessárias, completamente determinadas e rigorosamente definidas para chegar à solução ou a uma meta. (figura 5)

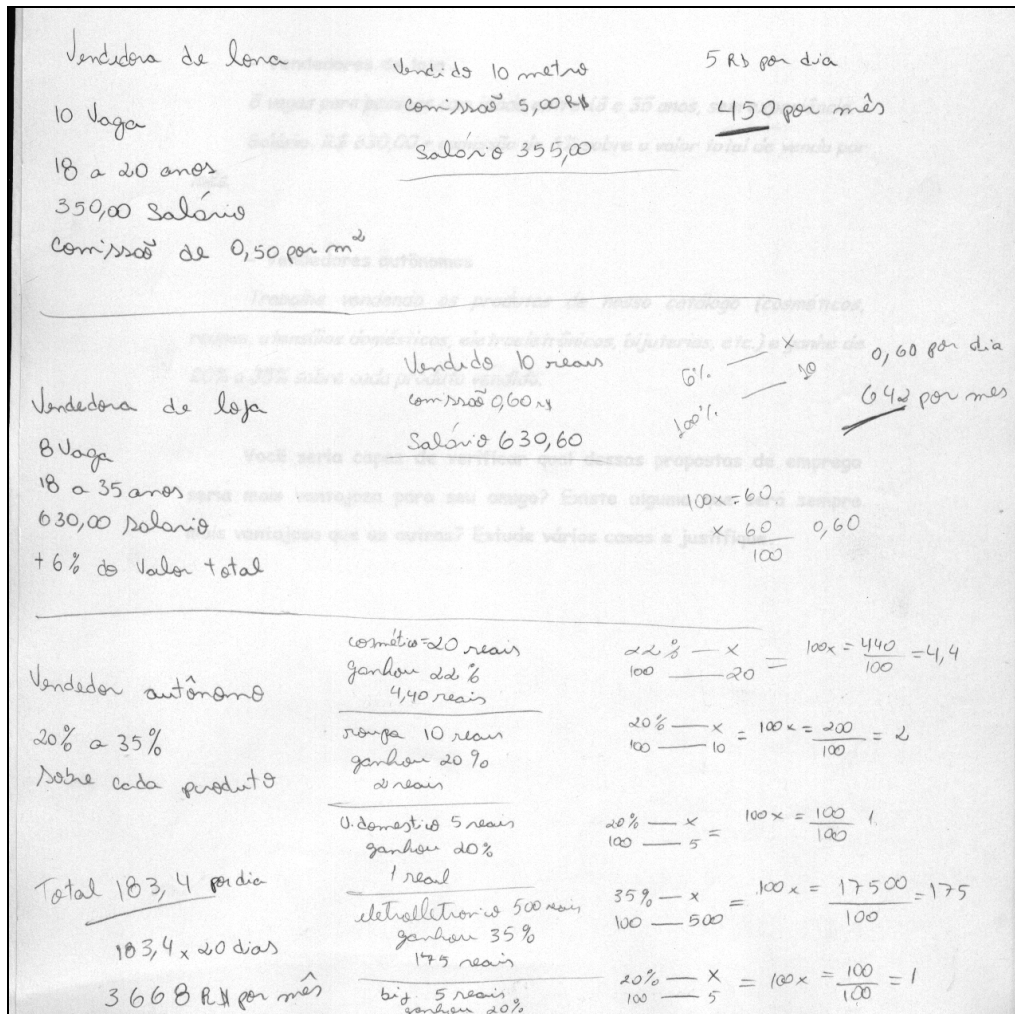


Figura 5

Contudo, esses procedimentos só puderam ser alcançados devido ao papel importante da professora-pesquisadora no desenvolvimento da atividade, no sentido de que esta sentiu necessidade de fazer uma leitura em conjunto com os alunos já que ficou clara a grande dificuldade dos alunos em ler e interpretar a atividade sozinhos, como podemos observar nesse trecho do diálogo entre a professora-pesquisadora (PP) e um dos alunos do grupo:

Aluno 1: “É pra eu escolher uma (proposta) das três e fazer (análise) ou é pra fazer as três?”

PP: “Não, eu quero que você verifique todas e veja qual a mais vantajosa, quem vai ganhar mais? Depois disso você e seu grupo discutam se a proposta de emprego que vocês escolheram será sempre a mais vantajosa.”

Aluno 2: “Mas como a gente vai saber na 1ª proposta quantos metros quadrados de lã foi vendido?”

PP: “O que vocês acham?”

Aluno 1: “Não sei.”

PP: “Pensem um pouco, leiam novamente o que está escrito na 1ª proposta.”

Outro momento de grande dificuldade do grupo e que a interferência da professora foi fundamental, pode ser observado no trecho abaixo:

Aluna 2: “Professora, nessas é possível comparar em reais (a aluna falava da 1ª e 2ª proposta), mas como eu faço nessa aqui (3ª proposta)?”.

PP: “Mas aqui você também pode comparar em reais. Veja nesse caso, você falou que ele (pessoa) vendeu 1300m^2 , e pelo enunciado da proposta nós sabemos que ele (pessoa) ganhará R\$ 0,50 por m^2 de lona vendida, então o que você deve fazer? Se ele vendeu 1300m^2 , para achar quanto ele ganhou ...”

Aluna 2: “Ah tá, entendi, mas eu perguntei errado”.

PP: “Ah, então fala de novo sua pergunta”.

Aluna 8: “Eu coloquei pra todos (pessoas) um salário de R\$1000,00”.

PP: “Tudo bem”

Aluna 2: “Todos ganharam R\$1000,00. Agora esse (vendedor de lona) tem que vender 1300m^2 de lona para ganhar esses R\$1000,00, esse aqui (vendedor de loja) tem que vender R\$6000,00 pra ganhar R\$1000,00”.

PP: “Ta, pode ser assim, mas você concorda que ficou mais difícil, porque você não tem como comparar tão facilmente o que acontece na 3ª proposta?”.

Aluna 2: “Então está errado?”.

PP: “Não, esse foi o seu jeito de pensar, só disse que vai dar mais trabalho. Agora tenta fazer do outro jeito, descobrindo o salário ao invés de trabalhar com um valor fixo”.

Aluna 2: “Então, eu posso levar em conta várias possibilidades?”

PP: “Isso mesmo, você deve levar em conta várias possibilidades”.

Esse diálogo mostra a dificuldade que o grupo estava tendo em trabalhar com situações novas, a aluna estava tentando de alguma maneira resolver a atividade como se fosse um exercício com valores já estabelecidos, ela não havia conseguido entender até aquele momento que a atividade era aberta para explorar várias possibilidades e por isso estava seguindo por um caminho mais complicado para resolvê-la.

É por isso que o papel do professor como orientador dos alunos nas atividades investigativas é fundamental, pois, por exemplo, essa aluna poderia se cansar, se desmotivar e com isso perder o interesse em continuar ajudando seus colegas na execução da atividade.

A segunda atividade envolvia o trabalho novamente do conceito de função do 1º grau, mas já num nível mais elaborado como proposto na metodologia, além da inclusão do conceito da função do 2º grau e exponencial, tratando mais especificamente das características de cada uma e seus gráficos.

Durante a execução da tarefa, foi possível perceber o mesmo fato ocorrido durante a realização da avaliação diagnóstica inicial, os alunos do grupo apesar de terem conseguido identificar as características das funções, ainda apresentavam muita dificuldade em compor os dados e encontrar seus gráficos.

Nesse momento, a professora-pesquisadora resolveu interferir novamente sugerindo uma análise intuitiva dos gráficos das três situações apresentadas, uma vez que ao terem a oportunidade de simular as mesmas, poderiam encontrar o gráfico sem realizar nenhum cálculo. Esse procedimento, portanto, facilitaria o alcance do objetivo final que era o de conseguir representar o gráfico correspondente a cada situação.

Os alunos passaram a seguir as orientações da professora-pesquisadora e iniciaram a discussão da atividade e num determinado momento uma das alunas disse aos seus colegas que algumas das situações eram parecidas com os exercícios da avaliação diagnóstica inicial. Esse fato mostrou que a aluna conseguiu identificar características comuns nas diferentes situações, favorecendo assim o processo de generalização do uso dos procedimentos.

Ao analisar a produção dos alunos, foi possível constatar que os mesmos realmente fizeram o uso do aspecto intuitivo, já que se empenharam em elaborar uma justificativa para cada uma das situações destacando aquela que seria a correta, obtendo sucesso nos resultados, como pode ser observado, por exemplo, na figura 6 que representa a 1ª situação.

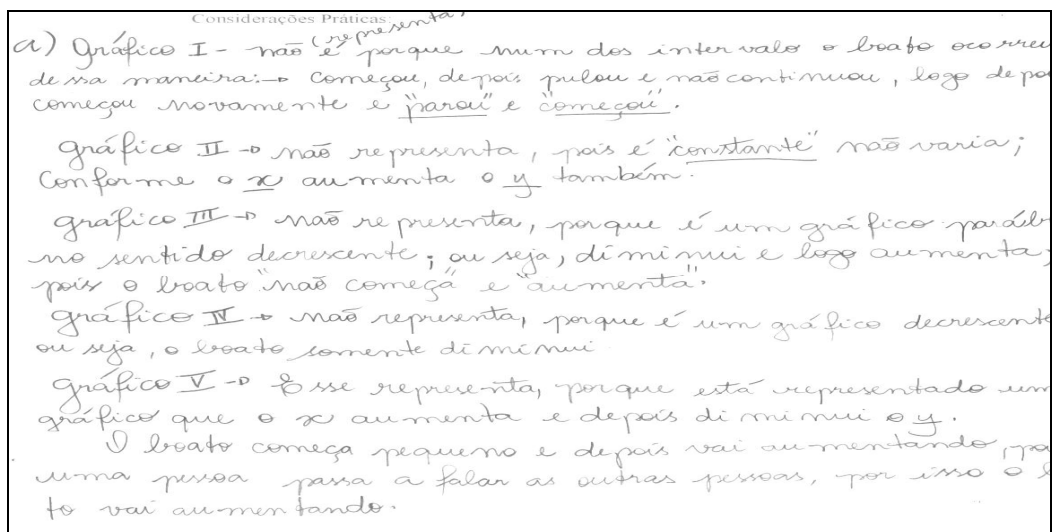


Figura 6

Desse modo, fica claro observar as mudanças procedimentais também presentes nessa atividade, principalmente quando evidenciamos o uso da simulação e experimentação das três situações pelos alunos para alcançar seu objetivo, sem precisar necessariamente utilizar-se dos conhecimentos matemáticos propriamente ditos.

A realização da terceira atividade e sua posterior análise foi fundamental para provar que realmente ocorrem mudanças procedimentais nas estruturas cognitivas dos alunos, mostrando o grande potencial das atividades investigativas, quando bem elaboradas e trabalhadas, proporcionando mudanças e avanços significativos no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Os alunos mostraram um avanço na interpretação do enunciado da atividade e a noção de que deveriam primeiramente tentar entender a ideia central da atividade para posteriormente começar a formular conjecturas, realizar testes e demonstrar suas conclusões. Esse fato pode ser observado no diálogo ocorrido entre os três participantes do grupo:

Aluna 2: “12.500L é metade de 50.000L”

Aluno 1: “Não, a metade de 50.000 é 25.000”.

Aluna 2: Ah é, então é $\frac{1}{4}$ de 50.000L, e como no primeiro mês caiu $\frac{1}{2}$ da água do reservatório e no segundo mês caiu $\frac{1}{4}$, então no terceiro mês vai diminuir $\frac{1}{6}$.

Aluno 1: “Não, porque quando o tempo é um mês dividimos 100.000 por 2 para encontrar 50.000 e no tempo 2 (segundo mês) dividimos 50.000 por 4 que é 2^2 , então se dividirmos por 6 no terceiro mês não dá, porque 2^3 é 8 e não 6”.

Aluna 3: “Ah, então vamos dividir 12.500 L por 8. Mas como você sabe que é assim?”.

Aluno 1: “Eu não sei se ta certo, mas acho que é função exponencial porque você não lembra que a função exponencial é sempre um mesmo número elevado a x”.

Aluna 3: “Vamos fazer assim então e ver se vai dar certo”.

Mas o momento mais evidente das mudanças procedimentais aconteceu quando os alunos conseguiram além de elaborar as expressões que representam o ocorrido nas duas situações, eles ainda conseguiram construir ambos os gráficos, mostrando assim a presença em suas ações de procedimentos do tipo motor (construção dos gráficos), heurísticos e cognitivos (elaboração das expressões, interpretação das situações), algorítmicos (uso dos algoritmos das expressões), etc, como podemos constatar na figura 7 que mostra os cálculos e o gráfico da função exponencial do primeiro item da atividade.

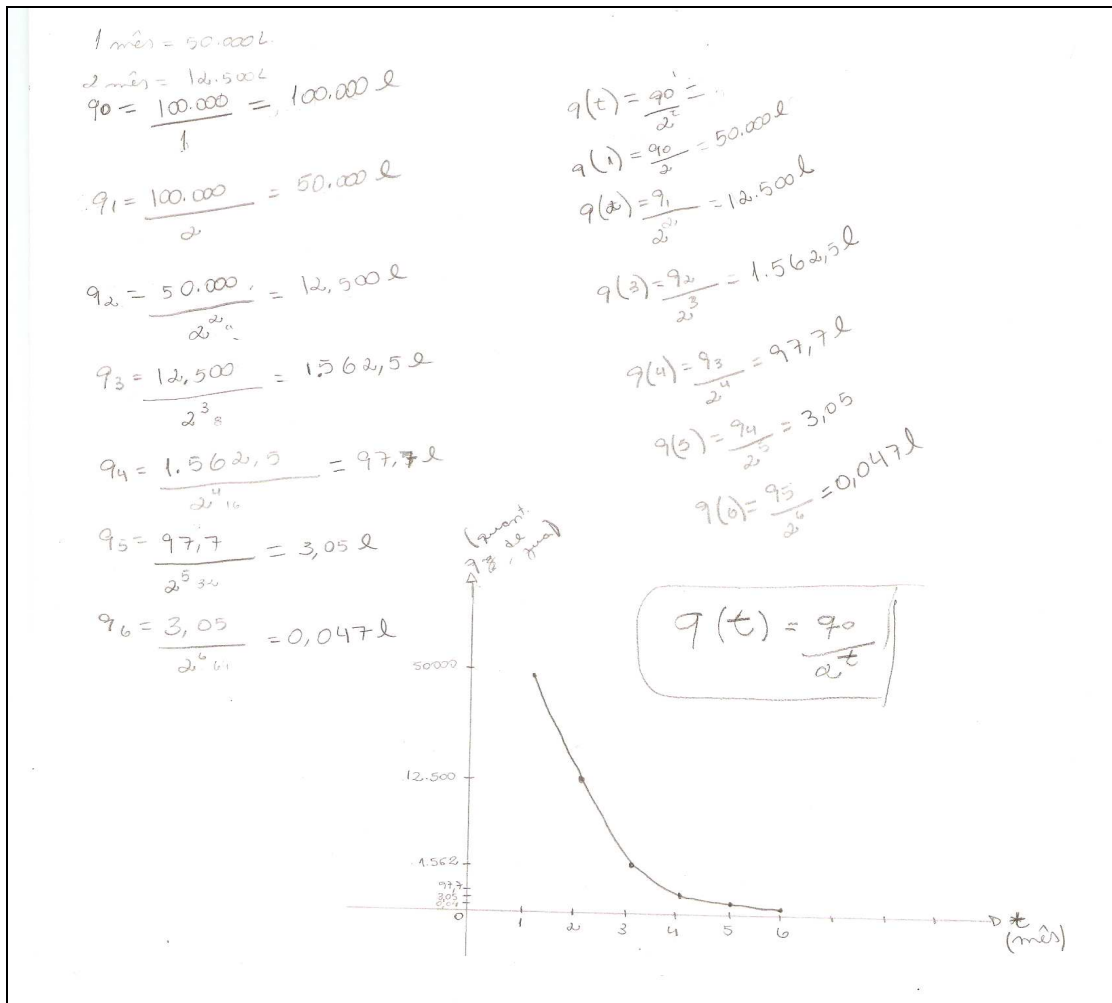


Figura 7

Fica evidente, no entanto, que os alunos não souberam construir o gráfico numa escala correta, mas o importante é observar que mesmo assim eles obtiveram um bom resultado em sua representação.

Terminada a aplicação das três atividades investigativas, os alunos participaram de uma avaliação diagnóstica final – mesma avaliação aplicada antes das tarefas – com intuito de verificar se realmente as mudanças procedimentais relatadas acima realmente se tornaram significantes aos alunos e contribuíram para a construção do conhecimento além de sanar suas principais dificuldades.

Analisando especificamente o grupo que foi o foco deste artigo, percebemos que os seus três integrantes (aluno F, aluna C e aluna G), tiveram um desempenho excelente na realização da avaliação final, já que todos conseguiram além de resolver as três situações, inclusive a que tratava de função exponencial, também construíram de

maneira correta os seus respectivos gráficos (figuras 8, 9 e 10), fato que inicialmente nenhum deles tinha conseguido.

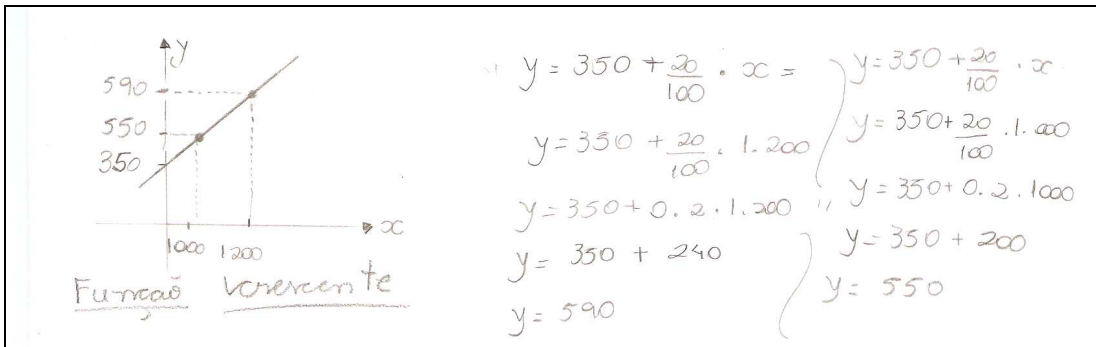


Figura 8 – Aluno F

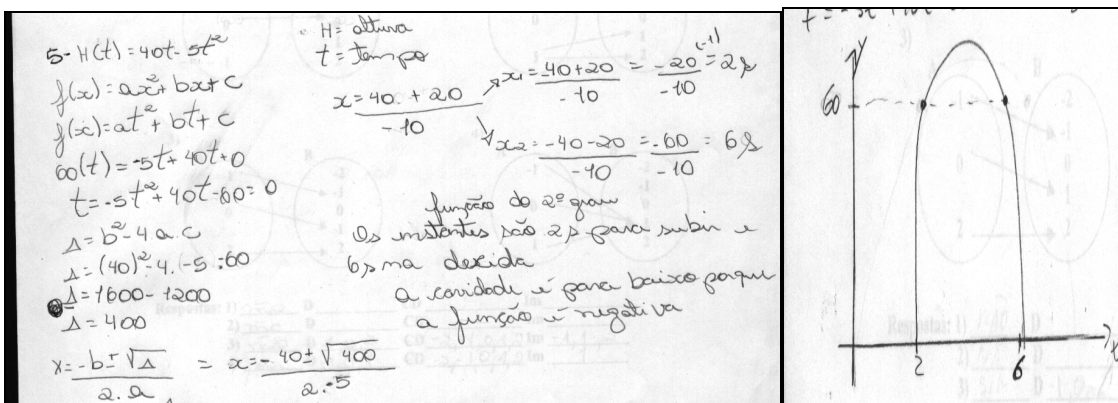


Figura 9 – Aluna C

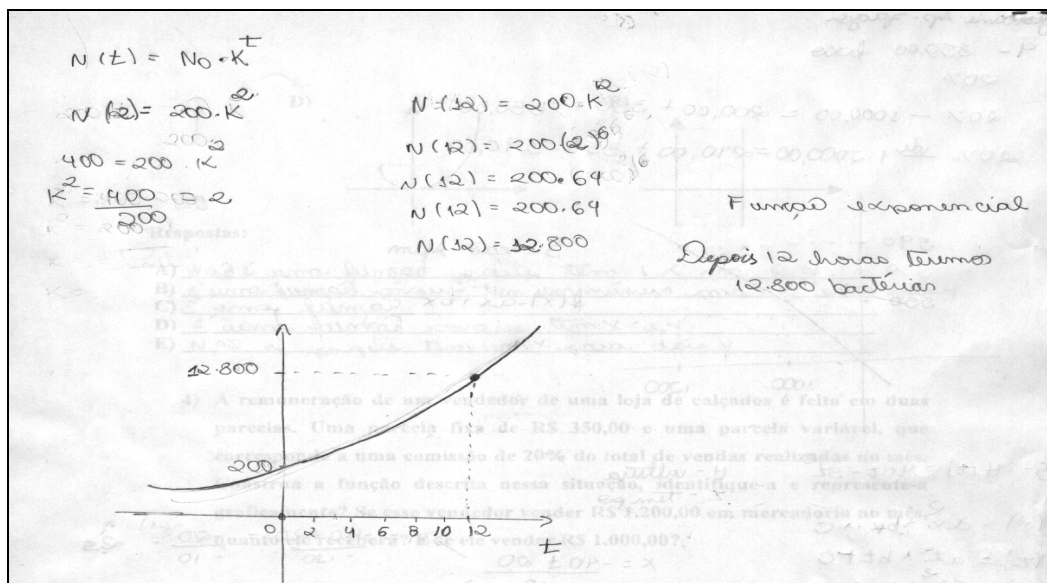


Figura 10 - Aluna G

Essa foi à evidência mais concreta do quanto o trabalho efetuado influenciou positivamente no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Estes ao realizarem a avaliação diagnóstica inicial demonstraram ter muitas dificuldades no tratamento das funções, mas durante e depois de realizadas as três atividades, as mudanças procedimentais se mostraram presentes, mostrando um progresso considerável, principalmente quanto a entender a definição dos diferentes tipos de funções e suas principais características.

Considerações Finais

Os conteúdos procedimentais na área de matemática são importantíssimos, pois, além de contribuírem para o desenvolvimento pessoal do aluno, objetivam dotá-los de destrezas que os ajudarão a ser práticos e competentes para interpretar e atuar sobre aspectos matemáticos do cotidiano, fazendo com que os conhecimentos informais de cada aluno se revelem em ações operacionais e organizadas (ZABALA, 1999).

Além disso, um currículo com conteúdos procedimentais assume que “ensinar a pensar”, “aprender a aprender”, “desenvolver atividade mental estratégica” devem ser considerados hoje como objetivos irrenunciáveis na educação escolar (VALLS, 1996, p. 99).

A preocupação com o tipo de atividade proposta para ser trabalhada em sala de aula, com ênfase nos procedimentos, levou a escolha de realizar a pesquisa a partir de situações de investigação matemática, pois estas apresentam desafios aos estudantes, permitem a elaboração e discussão de diversas estratégias de resolução, possibilitando que estes possam defender seus pontos de vistas, compreender e respeitar o ponto de vista dos outros, além de analisar e de participar da construção de seu próprio conhecimento.

A realização de trabalhos de caráter investigativo de acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999) constitui uma experiência fundamental para o aluno que quer aprender Matemática, já que se destaca como um poderoso meio de aprendizagem; e para o professor que quer aperfeiçoar a sua prática, pois, se trata de um importante meio de desenvolvimento profissional e de formação podendo contribuir para a reflexão sobre sua atuação didático-pedagógica.

A utilização da investigação matemática tem sido um dos modos encontrados para ensinar e aprender matemática, respeitando o conhecimento do aluno já inserido na

dinâmica da atividade e nas práticas sociais, como também a possibilidade de acesso às diversas áreas do conhecimento a partir de tais práticas, podendo contribuir assim para a construção da cidadania. Entendemos, portanto, que as tarefas exploratório/investigativas podem indicar os caminhos a serem traçados por professores que buscam transformações nas aulas de Matemática.

Referências

- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamerica, 1980.
- BERTINI, L. de F.; PASSOS, C. L. B. Uso da investigação matemática no processo de ensino e aprendizagem nas séries iniciais do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2008, Rio Claro. **Anais**. EBRAPEM, 2008. p. 1-17.
- COLL, C. et. al. **Os conteúdos na Reforma**: ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes. Porto Alegre: ArtMed Editora, 2000.
- FONSECA, H; BRUNHEIRA, L; PONTE, J. P. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. **Actas do ProfMat 99**. Lisboa: APM, 1999, p. 91-101.
- LUDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.
- MENEGHETTI, R.C.G. **O intuitivo e o lógico no conhecimento matemático**: uma análise a luz da história e da filosofia da matemática. 2001. 141 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- _____.; BICUDO, I. Uma discussão sobre a constituição do saber matemático e seus reflexos na educação matemática. **BOLEMA- Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 19, ano 16, p. 58-72, 2003.
- PONTE, J. P. da; et. al. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998. p.15-23.
- _____. et al. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Quadrante**, v. 7, n. 2, p. 41-70, 1999.
- _____. et al. **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: Secção de Educação e Matemática da SPCE, 2002.
- _____.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H.. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- SERRAZINA, L. et al. O papel das investigações matemáticas e profissionais na formação inicial de professores. In: PONTE, J. P. da; et al. (orgs). **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação e professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 41-58.
- VALLS, E. **Os procedimentos educacionais**: aprendizagem, ensino e avaliação. Porto Alegre: ArtMed Editora, 1996.
- VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.
- ZABALA, A. **Como trabalhar os conteúdos procedimentais em aula**. Porto Alegre: ArtMed Editora, 1999.