LIMITES DA COMPUTABILIDADE NO PROCESSO DE TOMADA DE DECISÃO SISTEMÁTICO

LIMITS OF COMPUTABILITY IN THE PROCESS OF DECISION MAKING SYSTEMATIC

Flavio Jesus de Souza*

RESUMO

Este artigo tem como finalidade ampliar os limites da computabilidade sob a ótica do Teorema da Incompletude de Gödel proporcionando um melhor entendimento do processo de tomada de decisão. Nesse sentido, como o Teorema sugere que nenhum sistema complexo dispõe de meios suficientes para se autoexplicar, ou seja, sempre existirão contradições e indecisões ocasionadas pela inconsistência e incompletude respectivamente. Propõe-se um estudo embasado em conceitos da Mecânica Quântica e da Matemática que definam um possível caminho a ser percorrido pela computabilidade para construir um processo de tomada de decisão semelhante à mente humana.

Palavras-chave: Computabilidade. Teorema da Incompletude de Gödel. Mecânica Quântica.

ABSTRACT

This article aims to push the limits of computability from the perspective of Gödel's incompleteness theorem providing a better understanding of the process of decision making. Accordingly, as the theorem suggests that any complex system has sufficient means to explain themselves, ie, there will always be contradictions and hesitations caused by inconsistency and incompleteness respectively. We propose a study grounded in concepts of quantum mechanics and mathematics to define a possible way to go for computability to build a decision-making process similar to the human mind.

Keywords: Computability. Gödel's Incompleteness Theorem. Quantum Mechanics.

Introdução

Esse artigo tem como finalidade a discussão do uso da computabilidade para solucionar problemas de difícil decisão. Portanto procurou-se avaliar o emprego da computação como alternativa mais ampla para resolver problemas da natureza tidos como indecidíveis.

Como todo e qualquer ser humano faz uso do seu raciocínio para tomar decisões no presente baseando-se no passado buscando as melhores previsões do futuro

* Mestrando MP-COMP10, UECE, em parceria com a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). flavio.souza@creta.inf.br

(DAMÁSIO, 1994), logo, a solução de problemas de forma inteligente se faz através de um processo de raciocínio utilizando um conhecimento prévio para obter as melhores decisões. A computabilidade clássica nada mais é do que um arranjo lógico desses raciocínios. A esse conjunto de operações lógicas dá-se o nome de algoritmo.

O grande responsável por tornar possível a execução de tais algoritmos foi Turing quando criou um dispositivo abstrato capaz de executar procedimentos. Desde então, a Máquina de Turing transformou-se na base estrutural matemática dos computadores atuais. Portanto, se for possível construir algo que se assemelhe à mente humana, todo esse processo necessitará ganhar um caráter autônomo.

O conceito mais importante nesse contexto, mas não restrito somente a este, é o Teorema da Incompletude de Gödel, pois o mesmo definiu os limites do que é computável. Em síntese, o Teorema postula que: dado um sistema de complexidade k, não existe uma função nesse sistema, com complexidade k+1 capaz de explicar a si mesmo (COSTA, 2012). Ou seja, sempre haverá verdades que não possuem demonstração em qualquer sistema formal complexo. Dessa forma, algumas asserções poderão ser automatizadas sob a forma de autômatos finitos, mas sem a comprovação do seu valor de verdade.

Talvez o exemplo mais importante nesse contexto seja a Tese forte de Church-Turing, pois embora a mesma tenha ampla aplicabilidade na Ciência da Computação, ela permanece sem demonstração até hoje (HODGES, 1997).

Enunciado da Tese de Church-Turing: *"Qualquer processo algorítmico pode ser simulado eficientemente usando uma máquina de Turing"* (NIELSEN; CHUANG, 2005)

Porém, quando se chega num limite clássico computacional, onde nem mesmo a Lógica Ordinária de Turing (HODGES, 1997) consegue nos dar uma noção de contorno de determinadas verdades, há uma divisão entre os níveis de computabilidade. Na mente humana esses fenômenos físicos computáveis ocorrem nas tubulinas do citoesqueleto dos neurônios e podem ser encarados como interligações neuronais representadas por eventos no espaço-tempo quântico (RIBEIRO, 2001).

A mecânica quântica nos diz que todas as partículas possuem duplo comportamento. Elas desempenham funções de onda, mas quando são observadas comportam-se como matéria.

Trazendo esse conceito para o escopo do trabalho, poder-se-á dizer que a consciência é uma função de onda (DEL NERO, 1997) que reside num nível imaterial, porém perceptível, mas a mesma não se materializa na realidade. Portanto, no mundo quântico, onde se estuda o comportamento das partículas segundo sua dualidade, existe uma matemática com ferramental capaz de modelar fenômenos tais como este ora descrito. Esta modelagem ocorre num espaço completo de números complexos, chamado espaço de Hilbert.

Contudo, como para todo procedimento informalmente dado, existe um programa computacional que o perfaz, a computabilidade ganha uma nova versão, a computabilidade quântica. Esse novo nível de conhecimento não se caracteriza pela linearidade e determinismo encontrado no mundo clássico e sim por ser contínuo e holístico (RIBEIRO, 2001). Além disso, surge um incremento exponencial na capacidade de representação, pois o número de possibilidades armazenadas em apenas 40 qubits (bit quântico – menor unidade de informação quântica), por exemplo, tem seu equivalente em informações clássicas na ordem de $2^{40} = 1.099.511.627.776$ bits reais.

Portanto, o cerne desse artigo consiste na busca de evidências concretas, se a evolução da computabilidade será necessária e suficiente para construir um Sistema de Apoio à Decisão autônomo e representativo.

Computabilidade Clássica

O maior desejo da Física matemática sempre foi o ideal de uniformização. Isto é, definir uma teoria apta a explicar todos os fenômenos da natureza, e ainda, que fosse capaz de determinar o valor da verdade de todos os problemas. Em alguns casos, a intuição sugere a exata noção de que determinados problemas são verdadeiros, mas ainda não se descobriu uma demonstração cabal para essas supostas verdades. O mais antigo e clássico desses problemas é a Conjectura de Goldbach (1690-1764), conforme o enunciado a seguir:

Todo número maior que três pode ser descrito como a soma de dois números primos

Esse exemplo parece absolutamente óbvio de ser uma verdade, mas até hoje não se descobriu a demonstração. Por conta de observações similares a esta, o matemático David Hilbert, em 1900, propôs um conjunto de 23 problemas que careciam de solução para o século que chegava. O item mais relevante para este trabalho é o Entscheidungsproblem, termo alemão para "Problema de Decisão". Será que a álgebra é necessária e suficiente para resolver todos os problemas indecidíveis?

Em 1931, o matemático austríaco Kurt Gödel demonstrou em sua Tese de Doutorado (On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems I) que sistemas axiomáticos complexos são incompletos e inconsistentes, logo indecidíveis e contraditórios.

Gödel provou que a compreensão humana pode ser dividida em duas partes: a razão e a intuição. Trata-se de uma descoberta ampla e extremamente profunda. Seguem os enunciados dos Teoremas.

1º Teorema de Gödel: Seja T um sistema formal, tal que se pode efetuar a codificação de Gödel e demonstrar o lema da diagonalização. Então T é incompleto, isto é, existem sentenças G em T tais que: nem G, nem ~G são teoremas de T.

2º Teorema de Gödel: Seja T um sistema formal como no 1º Teorema. Então, se T é consistente, T é incapaz de demonstrar sua própria consistência.

Onde incompletude significa que a racionalidade em sua totalidade é incompleta, onde se entende por racionalidade, toda e qualquer ciência que envolva algum tipo de conhecimento humano, abrangendo todas as áreas da ciência que possuem sistemas axiomáticos, tais como: física, matemática, computação, linguística, filosofia e etc.

Gödel criou a prova de seus teoremas começando com o "paradoxo do mentiroso". Suponha a seguinte declaração inconsistente e contraditória:

"Eu estou mentindo"

A sentença por si só não tem consistência alguma, pois é necessário o conhecimento do caráter de quem está colocando tal asserção. Logo, dessa forma, não se pode afirmar nada quanto à verdade ou falsidade da sentença em si sem esse conhecimento prévio.

Mas mesmo sabendo o caráter de quem está proferindo a sentença também se chega numa autocontradição. Pois se eu sou verdadeiro, logo não posso mentir. Mas se é verdade que estou mentindo, portanto sou um mentiroso. Contradição!

Entretanto, se sou mentiroso, não se pode acreditar na minha sentença, logo não seria verdade que estou mentindo e consequentemente que não sou mentiroso. Se eu não sou um mentiroso, só me resta ser verdadeiro. Contradição novamente!

A seguir tem-se uma forma de demonstração computacional do Teorema da Incompletude descrito por Nunes e Dosualdo (2012).

Enunciado:

Se a computabilidade é completa, então existe um procedimento *P* numa linguagem *L* qualquer que toma como entrada outro procedimento *p* que retorna verdade se *p* é um algoritmo computável, ou falsidade, caso não seja um algoritmo computável.

Demonstração:

Pode-se provar por contradição.

Suponha que tal procedimento exista e chama-se P, definido da seguinte forma:

function P(procedure p) : boolean;

{

<função>

}

- Se "*p*" é algoritmo computável, então *P(p)*=verdade,
- Se "*p*" não é algoritmo computável, então *P(p)*=falsidade

Cria-se um procedimento *Proc* qualquer com a implementação a seguir:

Procedure Proc(p){

while P(p) do NULL;

}

Logo, tenta-se responder ao questionamento se "*p*" é um algoritmo computável?

Suponha-se que sim. Então *P(p)* é verdade e o comando while nunca termina. Mas como o problema nunca termina e não é um algoritmo computável, caímos numa contradição!

Suponha-se que não. Então *P(p)* é falsidade e o comando while termina, logo o problema termina e é um algoritmo computável. Entretanto a falsidade indica que ele não é computável. Contradição!

Portanto, *Proc* termina se *Proc* não termina. Logo, *p* não pode existir. (Este método de demonstração baseia-se na técnica de diagonalização de Cantor). Desde então se sabe que a indecidibilidade existe na computação, logo existem problemas indecidíveis.

Um resultado direto do Teorema da Incompletude é que toda realidade (HODGES, 1997) regida pela Física Clássica, limitada pela Teoria da Relatividade Geral, tem seu conteúdo classificado como computável, mas algumas funções da mente humana, tais como, o raciocínio de um matemático para a demonstração de teoremas e a atenção consciente humana, não podem ser resolvidas por nenhum processo sistemático computável (RIBEIRO, 2001). Isso explicou, de uma vez por todas, que não é possível construir máquinas criadoras de inteligência computacional. Consequentemente, sistemas de apoio à decisão autônomos conscientes de si mesmos não podem existir lançando mão apenas da computação clássica.

Como foi descrito anteriormente, o termo computabilidade tornou-se melhor definido com a demonstração do Teorema da Incompletude, pois foi respeitando esse conceito que Turing criou uma máquina que é capaz de executar uma sequencia lógica de operações (algoritmo), computando assim um processo lógico qualquer do raciocínio humano. Se um problema é resolvido através de uma função computável num dado domínio, logo existe uma Máquina de Turing que pode calcular o valor da função para todos os argumentos desse domínio (PALAZZO, 2007) – Tese de Alonso Church e Alan Turing. Dessa forma, existe um dispositivo abstrato capaz de determinar a solução de um problema decidível.

Essa descoberta foi concebida por um matemático chamado Alan Mathieson Turing em 1936 e desde então a Máquina de Turing é definida como o modelo da formalização do conceito de procedimento (PALAZZO, 2007), isto é, uma sequencia finita de instruções que pode ser realizada num tempo finito. A partir desse momento, o processo de raciocínio humano foi capaz de entender o mundo físico e extrair do mesmo a matemática necessária e suficiente para criar e estruturar um modelo que simula a realidade.

A computação da realidade começou a ser esculpida desde 1687, quando Newton criou a Teoria da Gravidade no espaço simultâneo de Euclides e tem seu limite final no espaço-tempo singular de Riemann, representando os limites da influência causal de Einstein através da Teoria da Relatividade Restrita e Geral (PENROSE, 1996).

Matematicamente falando, a evolução tecnológica computável por uma máquina de Turing está na ordem de grandeza de $10^{-7}m$ de precisão respeitando os limites clássicos da física newtoniana. E na ordem de $10^{-14}m$ (PENROSE, 1996) levando-se em consideração a Teoria da Relatividade. Esses são os limites dimensionais físicos de um dispositivo capaz de efetuar a computabilidade clássica.

Mas, sabendo-se desde já que, dentro da matemática é impossível refutar o Teorema da Incompletude, esses ramos da computação devem ter em mente que sempre existirão mais funções a computar do que possíveis programas para computá-las

(CAFEZEIRO; HEAUSLER, 2007). Logo, contrapondo à Inteligência Artificial, trata-se de uma Estupidez Natural (MCDERMOTT, 1976) achar que se pode, somente com a computabilidade clássica, computar habilidades humanas tais como: entendimento, desejo, compreensão e intuição. Pois a computabilidade clássica pode computar somente aquilo que é real.

Sabiamente ridicularizou-se o uso indiscriminado da computação como solução para todos os problemas, e também fizeram uma maquiagem bem feita em algumas soluções de problemas, de modo que elas se parecessem inteligentes.

Desse modo surge uma interrogação bem clara. Dado que a computação clássica não é autogeradora de inteligência, será que uma nova computação, como por exemplo, a computação quântica, terá a capacidade de resolver problemas de modo inteligente, da mesma forma que a mente humana o faz?

Computabilidade Quântica

Pode-se definir mecânica quântica como sendo uma estrutura matemática, ou um conjunto de regras não intuitivas para a construção de teorias físicas (NIELSEN; CHUANG, 2005).

Historicamente, a Teoria da Relatividade recompilou a Teoria da Gravidade atribuindo uma versão mais abrangente ao problema formulado por Newton e transformou Albert Einstein numa personalidade mundialmente conhecida. Cinco anos após sua descoberta surgiu o que viria a ser o seu calcanhar de Aquiles, a Mecânica Quântica. Trata-se de uma ciência que tem sua origem no Princípio da Incerteza de Heisenberg e tornou-se a mola precursora da Teoria das Cordas iniciada pelo próprio Einstein na tentativa de explicar os limites impostos pelo mundo quântico à Relatividade.

Fisicamente, a Mecânica Quântica é a ciência que estuda o comportamento das partículas fundamentais. Pois toda partícula que compõe a realidade é caracterizada por funções de onda compostas por cordas de energia que se colapsam em uma membrana 3D (GREEN, 2012). O simples fato de se observar tais ondas faz com que as mesmas se transformem em partículas dando origem aos átomos que moldam o Universo.

A realidade em que se vive é um experimento existencial determinístico oriundo de um mundo probabilístico e infinito. A Mecânica Quântica é regida por combinações lineares de vetores de estados em superposição com coeficientes complexos tendo sua probabilidade calculada a partir desses coeficientes. O modelo matemático onde reside a mecânica quântica em termos formais é o que se chama de Espaço de Hilbert (GRIFFITHS, 2004).

Um estado quântico qualquer pode ser escrito da seguinte forma.

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

A fórmula acima descreve o estado de um sistema fechado composto por dois vetores de estado $|0\rangle$ e $|1\rangle$, onde α e $\beta \in C$ são as amplitudes de cada vetor.

Como:

α=a+bi

β=c+di

Logo:

A probabilidade de $|\psi\rangle=|0\rangle$ é igual a $a^2 + b^2$.

A probabilidade de $|\psi\rangle=|1\rangle$ é igual a $c^2 + d^2$.

A Mecânica Quântica teve seu início comprovado através do experimento da fenda dupla de Young (GRIFFITHS, 2004). Observa-se que quando elétrons são arremessados contra um anteparo de duas fendas, eles geram um modelo de interferência similar a uma onda. Entretanto, quando são observados eles se comportam como matéria. Desse modo, o simples fato de se observar faz com o que a menor partícula fundamental perca a sua função de onda.

A Mecânica Quântica (MQ) traz consigo quatro conceitos básicos que são utilizados nos modelos computacionais existentes, a saber: paralelismo, superposição, interferência, e emaranhamento.

O entendimento do paralelismo quântico está diretamente relacionado com a evolução temporal de um estado quântico. Esse comportamento é regido pela equação de Schrödinger. Sem que se aprofunde no conceito físico, em computação quântica as operações são feitas simultaneamente segundo um operador unitário reversível que é traduzido em forma de função para determinados problemas, sendo que essas operações são realizadas em paralelo (NIELSEN; CHUANG, 2005).

A superposição acontece no mundo aleatório. Quando os vetores de estado estão em posições onde os mesmos resultarão numa equiprobabilidade de ocorrer um determinado valor após uma medida, surge o fenômeno da superposição. O operador de Hadamard coloca um vetor qualquer nesse estado (NIELSEN; CHUANG, 2005).

O fenômeno da interferência apresenta uma compreensão mais complexa. Como a mente humana está presa à realidade, é complicado para qualquer ser humano entender que a simples observação de um sistema faz com que outro sistema passe a existir por conta dessa medida. Mas na verdade é isso que acontece, ou seja, quando se olha para a lua ela existe para você, mas quando não se olha, ela não está lá. Em termos computacionais, podemos determinar o valor de uma função para dois valores diferentes de um vetor de estado avaliando a função apenas uma vez. Isso é mais rápido do que qualquer aparato clássico que se possa imaginar, no qual seriam necessárias duas avaliações.

Um estranho fenômeno da natureza quântica das partículas que até hoje não foi decifrado por completo é o emaranhamento. Esse estado de sistema é caracterizado por pertencer somente ao mundo aleatório sem que sejam gerados por produtos de estados individuais do sistema. Para todos os estados de um qubit $|a\rangle$ e $|b\rangle$, tem-se que:

$$|\psi\rangle \neq |a\rangle|b\rangle$$

Entretanto, por razões desconhecidas, tais estados não impedem o importante papel do emaranhado na computação quântica e na informação quântica. Encontram-se aplicações diretas desse fenômeno no teleporte quântico, na codificação superdensa e na violação da desigualdade de Bell (NIELSEN; CHUANG, 2005).

Como foi dito anteriormente, Alan Turing contribuiu com o aparato abstrato da realidade e Deutsch (1985) introduziu a mecânica quântica nesse contexto. Acredita-se que Deutsch, assim como alguns cientistas ligados à computação, foram pressionados pela Lei de Moore, onde se prevê que o número de transistores em um pedaço de silício irá dobrar a cada dois anos. O investimento no progresso da computabilidade quântica torna-se necessário porque os processadores clássicos estão se aproximando do limite máximo da capacidade de miniaturização. Outro fator importante da necessidade de evolução está no fato de que, quanto mais se reduz o tamanho dos transistores e dos circuitos integrados dos processadores, mais esses componentes eletrônicos sofrem influências quânticas indesejáveis.

Esse problema veio a ser resolvido somente em 1923, quando Heisenberg utilizando um formalismo baseado em matrizes criou o que se chama de Princípio da Incerteza de Heisenberg. Em 1925, Schrödinger publicou uma solução alternativa utilizando funções de ondas complexas segundo a evolução temporal da partícula-onda, determinando assim a dinâmica do sistema de partículas.

A combinação de computação e mecânica quântica começou a despontar no início dos anos da década 1960, com a descoberta da lei de Moore, levando à inevitável conclusão de que, por volta do ano 2020, cada bit em um computador será codificado em apenas um átomo (NIELSEN; CHUANG, 2005).

Para os físicos do início da década de 1980, a observação da lei de Moore tornou clara a noção de que a física traduz-se em computação. Essa nova noção abriu um espaço intangível para a computação, para a informação e também para a própria mecânica quântica. Surgiram assim a computação quântica e a informação quântica. Simultaneamente, surgiram um novo paradigma de computação, um imenso desafio tecnológico e uma fascinante área de pesquisa da física. Atualmente, o que se vê é a proliferação de resultados teóricos e experimentais, tanto na Física quanto na Ciência da Computação e na Teoria da Informação. O emaranhado mudou-se do espaço de Hilbert para os laboratórios de física, transformando-se em um novo e estranho recurso da Natureza para o processamento da computação, da informação e da comunicação.

Limites da Computabilidade

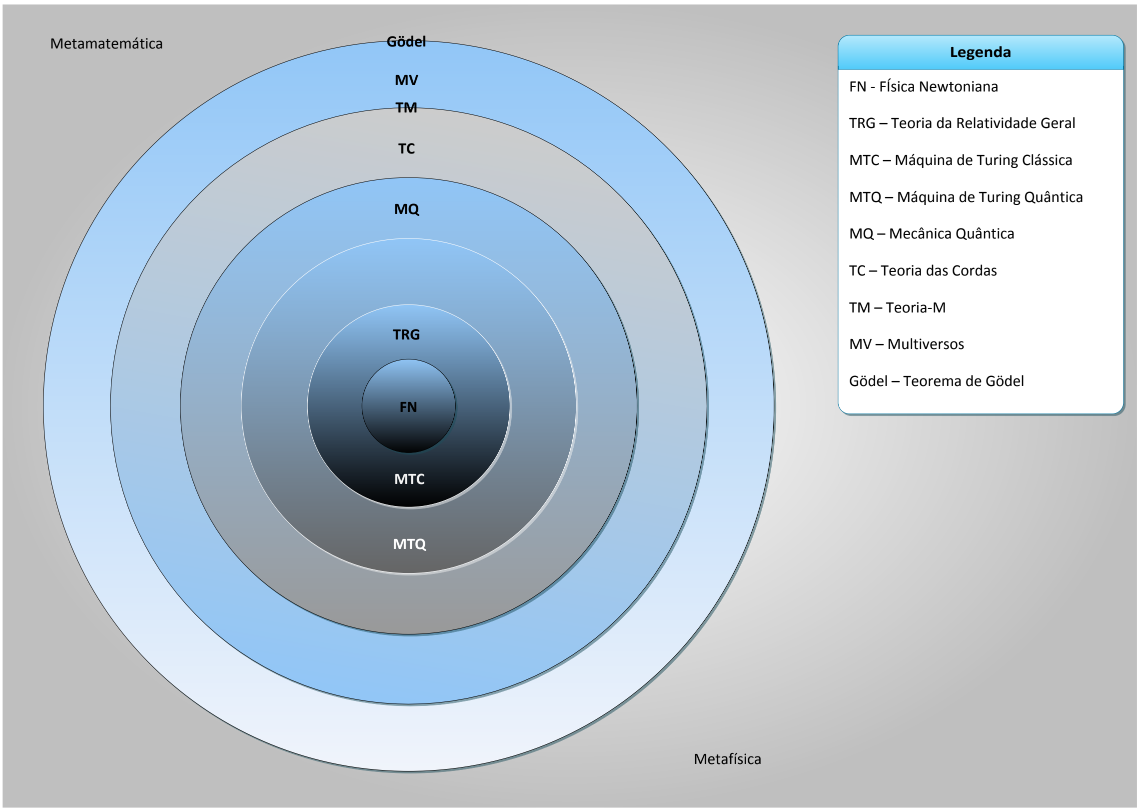
A evolução da computabilidade está caminhando para o mundo aleatório e em consequência disso consegue-se diminuir a complexidade computacional de determinados problemas aumentando a eficiência da solução. Mas o movimento natural da ciência de se aprofundar no conceito do vetor de estado em qualquer base com números complexos não impedirá que a computação quântica continue restrita aos limites de Gödel. Pois a quebra da Máquina de Turing tanto Clássica quanto Quântica é demonstrada através do Teorema da Incompletude.

A Máquina de Turing é de fato a representação abstrata da realidade. A computação quântica amplia o conceito dos bits através do mundo aleatório introduzindo o vetor de estado numa base ortogonal de números complexos. A Teoria das Cordas nada mais é do que um aprofundamento desse conceito previamente ampliado pela mecânica quântica.

Como a física é o estudo da natureza e a computação clássica é a representação abstrata da realidade. As mesmas incógnitas encontradas nas teorias físicas, surgem também na computabilidade. A emissão de energia de um buraco negro foi explicada pele mecânica quântica, porém o gráviton dessa teoria continua sendo uma partícula inventada. Essas limitações exprimem de forma cabal os limites da computabilidade clássica e da computabilidade quântica respectivamente. Fechou-se a Teoria das Cordas com a Teoria-M, mas sem nenhuma comprovação experimental e numa síntese abstrata atingiu-se um espaço vetorial composto por oito números complexos (octônios) que geram a realidade em 3D. Como curiosidade, percebe-se que as oito dimensões aleatórias dão origem às três dimensões reais, ou seja, vive-se num Universo com 11 dimensões.

Logo, a computação pode ser interpretada como a interseção entre a matemática e a física:

$$Física \cup Matemática \equiv Computação$$



O detalhe importante representado na figura acima é que tanto a computabilidade clássica, quanto a quântica e possivelmente a da membrana estão sujeitas às imposições do funil criado por Gödel.

Considerações Finais

Quando Gödel mostrou que a matemática não seria capaz de demonstrar todos os teoremas, ele introduziu o conceito de indecidibilidade especialmente na computação. Dessa forma, a incógnita do Problema da Parada numa Máquina de Turing passou a ter uma explicação que nem mesmo outra máquina era capaz de solucionar através da Prova de Turing. Mesmo não sendo possível enumerar todas as funções computáveis, o homem encorajado pela Tese de Church-Turing começou a simular a realidade através do computador acelerando a evolução tecnológica comandada pela computabilidade. Desde então, a mente humana guiou a Maquina de Turing com tamanha velocidade, que num piscar de olhos, presenciou-se o início do fim do limite do mundo clássico e o início do começo do quântico. Esse novo horizonte quântico surgiu quando Deutsch criou a simbiose entre a computabilidade e o mundo pequeno das partículas, possibilitando assim controlar as probabilidades de futuros bits.

Esse artigo tem como foco principal mostrar que apesar de sermos fruto de uma complexidade inteligente maior que a nossa, através da computabilidade estamos criando uma complexidade menor que a nossa expandindo os limites do que é computável através da utilização da Máquina de Turing.

Como a Máquina de Turing é a representação abstrata da realidade, a computação quântica está ampliando o conceito dos bits através do mundo aleatório introduzido pelo vetor de estado numa base ortogonal de números complexos encontrado nesse tipo de computação, logo a equação

$$\text{FÍSICA} \cup \text{MATEMÁTICA} \equiv \text{COMPUTAÇÃO}$$

passa a ter sentido quando se tenta contextualizar a computabilidade.

Mas, sem sombra de dúvidas, o mais importante é que a evolução computacional sempre estará sujeita a cair no funil de Gödel inconsistente e incompleto, logo indecidível.

Portanto, é perfeitamente razoável supor que somente um novo dispositivo abstrato capaz de gerar consciência retratando somente a percepção da mente, diferentemente da Máquina de Turing, seja capaz de orientar Máquinas de Turing na tomada de decisões para solucionar problemas indecidíveis.

Referências

CAFEZEIRO, I.; HEAUSLER, E. H. Computabilidade. In: ERIMG, DCC, VI., UFLA, 29 a 31 de agosto de 2007. Disponível em: <http://www.bcc.unifal-mg.edu.br/~humberto/disciplinas/2010_paa/leitura/complementar_aula01.pdf>. Acesso em: 19 maio 2012.

COSTA, N. C. A. **Filosofia da Ciência**. (Scientific American Brasil). Disponível em: <http://www.cs.auckland.ac.nz/~chaitin/costa2.html>. Acesso em: 3 fev. 2012.

DAMÁSIO, A. O erro de Descartes. 2. ed. São Paulo: Cia das Letras, 1994.

DEL NERO, H. S. **O sítio da Mente**. 11 ed. São Paulo: Collegium Cognitio, 1997.

DEUTSCH, D. Quantum Theory, the Church-Turing Principle and the Universal Quantum Computer. **Procceedings of the Royal Society A, Mathematical, Physical & Engineering Sciences**, v. 400, p. 97-117, 1985.

GOLDSTEIN, R. **The Proof and Paradox.** 2. ed. New York: Atlas Books, 2005.

GREEN, B. **Realidade Oculta**. São Paulo: Companhia das Letras, 2012.

GRIFFITHS, D. J. **Introduction to Quantum Mechanics.** 2. ed. New Jersey: Perason Prentice Hall, 2004.

HODGES, A. **Turing Um filósofo da Natureza.** São Paulo: UNESP, 1997.

MCDERMOTT, D. Artificial Intelligence meets Natural Stupidity, MIT AI Lab, AI Forum. **SIGART Newsletter**, n. 57, p. 4-9, abr. 1976.

NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. **Computação Quântica e Informação Quântica**. São Paulo: Bookman, 2005.

NUNES, M. das G. V.; DOSUALDO, D. G. **Tese de Church** – Notas de Aula do curso de Teoria da Computação, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade Estadual de São Paulo. Disponível em: <http://www.icmc.usp.br/~gracan/teoria/SubItem32Teoria.html>. Acesso em: 13 maio 2012.

PALAZZO, L. A. M. Máquina de Turing - Linguagens Sensíveis ao Contexto e Enumeráveis Recursivamente. **Paper Linguagens Formais e Autômatos**, Universidade de Pelotas, 2007. Texto 5.

PENROSE, R. **O Pequeno, o Grande e a Mente Humana.** Cambridge: Mit Press, 1996.

RIBEIRO, H. de M. Uma revisão da Teoria Quântica da consciência de Penrose e Hameroff. **Revista Eletrônica Informação e Cognição**, Marília, v. 3, n. 1, p. 108-125, 2001. Disponível em: < http://200.145.171.5/ojs-2.2.3/index.php/reic/article/viewFile/716/618>. Acesso em: 15 jun. 2013.